Die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen.

Von der

Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

Dissertation.

Vorgelegt von

Diplomingenieur

Wilhelm Nusselt,

Assistent an der Kgl. Technischen Hochschule München.

Referent: Prof. Dr. Oscar Knoblauch.
Korreferent: Prof. Dr. Ernst Voit.

Berlin 1908.

Die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen.

Von der

Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften
(Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

Dissertation.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Vorgelegt von

Diplomingenieur

Wilhelm Nufselt,

Assistent an der Kgl. Technischen Hochschule München.

Referent: Prof. Dr. Oscar Knoblauch.
Korreferent: Prof. Dr. Ernst Voit.

Berlin 1908.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 5
I. Historischer Rückblick 6
a) Physikalische Methoden 6
b) Technische Methoden 10
II. Versuche des Verfassers 13
A) Theorie der Versuchsanordnung 13
a) Das Material wird in Kugelform untersucht 14
b) Das Material wird in Würfelform untersucht 17
B) Beschreibung der Versuchseinrichtung 23
a) Die innere Begrenzung 23
b) Die äußere Begrenzung 24
c) Die Heizkörper 26
d) Temperaturmessung mit Thermoelementen und theoretische Betrachtungen über den Einbau derselben 27
e) Der Versuchsraum 32
C) Durchführung der Versuche 32
a) Eichung der Thermoelemente 32
b) Füllung der Versuchskugel 33
1) Das zu untersuchende Material ist pulverförmig 33
2) Das Material hat Zopfform 34
3) Das Material wird in fester Form untersucht 34
4) Das Material kommt zu Steinen geformt in den Handel . . 34
c) Eigentlicher Versuch 35
d) Auswertung der Versuche und Versuchsberichte 36
D) Versuchsergebnisse 66
a) Im allgemeinen 66
b) Untersuchte Stoffe 66
c) Zahlenmäßiger Vergleich mit früheren Versuchsergebnissen . . 72
d) Eigenschaften der neuen Methode zur Bestimmung der Wärmeleitzahl von Wärmeisolierstoffen 75
III. Schlußbemerkung 75
IV. Anhang 76
Die Isolierfähigkeit von Luftschichten 76
1) Versuchsanordnung A 76
2) Versuchsanordnung B 82
3) Zusammenfassung 87

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547427_0042

Die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen[1]).

Von **Wilhelm Nusselt.**

Die Wirkung von Wärmeisolierungen, wie sie an vielen technischen Anlagen aus wirtschaftlichen Gründen zur Verminderung des Wärmeaustausches zwischen heißen oder kalten Körpern und der sie umgebenden Außenluft ausgeführt werden, beruht auf drei räumlich getrennten Vorgängen: dem Wärmeübergang vom Wärme- oder Kälteträger an die den Isolierstoff enthaltende Umhüllung, der Wärmeleitung durch den Isolierstoff und dem Wärmeübergang von der Oberfläche der Umhüllung an die Außenluft. Zur rechnerischen Bestimmung dieser Energieverluste oder zur richtigen Beurteilung der im Handel vorkommenden Isolierstoffe benötigt man die Kenntnis jener physikalischen Erscheinungen in ihrer Abhängigkeit von den Temperaturdifferenzen, der Form und dem Material der Körper. Diese physikalischen Größen sind noch wenig sicher bestimmt.

Da in der isolierenden Hülle der Hauptteil der gegebenen Temperaturdifferenz vernichtet wird, beschäftigt sich folgende Abhandlung mit der Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen, jener physikalischen Größe, die den durch Wärmeleitung verursachten Temperaturaustausch im Isolierstoff bestimmt. Man versteht unter Wärmeleitfähigkeit eines Stoffes jene Wärmemenge, die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit strömt beim Temperaturgefälle eins in Richtung der Normalen zur Fläche, d. h. beim Temperaturabfall von 1^0 für die Längeneinheit.

Es wird im folgenden ein Untersuchungsverfahren angegeben für eine genaue Bestimmung der Wärmeleitzahl eines Wärmeisolators. Das neue Verfahren wurde auf die wichtigsten, technisch verwerteten Isolatoren angewandt und führte zu dem neuen Ergebnis, daß die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeschutzmitteln beträchtlich mit der Temperatur zunimmt[2]).

Ferner sind noch Versuche über die Isolierwirkung von Luftschichten angefügt und hieraus Formeln zur Berechnung des Wärmedurchgangs durch diese abgeleitet.

Zunächst seien die für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit k bisher verwendeten Verfahren besprochen.

---

[1]) Ein vorläufiger Bericht über diese Untersuchungen ist veröffentlicht in den technologischen Mitteilungen des Bay. Gewerbemuseums Nürnberg. 20. Juli 1906.

[2]) Eine Zusammenfassung der erhaltenen Ergebnisse findet sich auf Seite 75.

I. Historischer Rückblick.

Zur Bestimmung der Wärmeleitzahl k wurden bis jetzt zwei grundsätzlich verschiedene Verfahren benützt. Bei dem einen beobachtet man die zeitliche Aenderung des Temperaturverlaufes in dem zu untersuchenden Körper. Zur Berechnung von k muß man dabei Messungen von Längen, Zeiten und Temperaturen ausführen und die spezifische Wärme des Stoffes kennen. Eine Wärmemessung ist dabei nicht nötig. Bei der zweiten Art wartet man die Einstellung des Temperaturgleichgewichtes ab, d. h. jenes räumlichen Temperaturverlaufes im Körper, bei dem sich bei teilweiser, unveränderter Erwärmung die Temperatur an allen Stellen im Körper mit der Zeit nicht mehr ändert. Die Größe k ergibt sich dann aus Messungen von Wärmemenge, Längen und Temperaturen.

Die Wärmeleitfähigkeit von Metallen wurde fast ausschließlich auf ersterem Wege gemessen, während bei der Untersuchung schlechter Leiter nahezu ausnahmslos der stationäre Temperaturzustand im Körper beobachtet wurde.

a) Physikalische Verfahren.

1) E. Péclet[1]) hat sich in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts als Erster eingehend mit der experimentellen Erforschung des Wärmeaustausches beschäftigt. Zur Bestimmung des Wärmeleitvermögens von Wärmeisolierstoffen benützte Péclet folgende drei Verfahren:

α) Der Raum zwischen zwei konzentrisch gelagerten Hohlkugeln wird mit dem zu untersuchenden Stoff gefüllt. In der inneren Kugel befindet sich warmes Wasser, das beständig gerührt wird, während die äußere Kugel in ein großes Wasserbad von Zimmertemperatur eintaucht. Ein dicht an der äußeren Kugel angebrachter Rührer sorgt für stets gleiche Oberflächentemperatur. Dieses Verfahren ist in die oben erwähnte erste Klasse einzureihen. Trotzdem nahm Péclet bei der Auswertung an, daß die aus der in einem Zeitabschnitt beobachteten Temperatursenkung und dem Wasserwert der inneren Kugel berechnete Wärmemenge in derselben Zeit durch die Isolierung strömte. Aus dieser Wärmemenge, den Abmessungen der Anordnung und dem Temperaturunterunterschied zwischen innerem und äußerem Wasser berechnete Péclet k. Er gelangte hiermit aber zu keinem befriedigenden Ergebnis, was zweifellos daran liegt, daß ein großer Teil der durch die innere Kugelschale ins Material einströmenden Wärme zur Erwärmung des Materials dient, statt zu derselben Zeit durch die äußere Kugelschale an die Umgebung abgeführt zu werden, wie es die benützte Ausrechnung verlangt[2]).

---

[1]) E. Péclet, Traité de la Chaleur Paris 1860 Bd. I S. 363 f.

[2]) Dieses Verfahren wird neuerdings wieder zur gutachtlichen Untersuchung von Isolierstoffen benützt. In einem mir bekannten Falle hatten die Kugeln 0,14 bezw. 0,70 m Dmr., so daß also die Materialschicht sehr stark war. Da der Versuch $^1/_2$ Stunde nach Füllung der innern Kugel begonnen und 5 Stunden nachher beendet wurde, diente die bei der Berechnung als durch die ganze Isolierschicht hindurchgehend angenommene Wärme lediglich zur Erwärmung der innersten Schichten. Außerdem war als Fläche, durch die die Wärme strömt, eine um 100 vH zu große eingesetzt worden. Die damit gewonnenen Werte sind folglich völlig wertlos und irreführend.

β) Ein Eisenzylinder von 20 cm Höhe wird an seinem Mantel mit dem zu untersuchenden Körper umgeben, der außen mit Papier bedeckt wird. Boden und Deckel des Zylinders werden mit Watte isoliert. Durch das Eisengefäß strömt Wasserdampf von Atmosphärendruck. Der ganze Apparat befindet sich in einem Raum von unveränderlicher Temperatur. Die Temperatur der Papierhülle wird mit einem Thermoelement gemessen.

Dieses Verfahren gehört der eingangs besprochenen zweiten Klasse an, da der Beharrungszustand zur Ausrechnung benützt wird. Die durch den Zylinder tretende Wärmemenge berechnete Péclet mit Hülfe der von ihm früher bestimmten Wärmeübergangszahl von Papier an Luft (siehe Fußnote [1]) Seite 7). Hieraus, aus der Dampftemperatur, der Oberflächentemperatur, und den Abmessungen des Zylinders berechnete dann Péclet unter Annahme radialen Wärmeflusses die Wärmeleitzahl k.

γ) Eine rechteckige senkrechte Platte aus dem zu prüfenden Stoff wird auf der einen Seite derart durch Dampf erhitzt, daß sie auf ein mit siedendem Wasser gefülltes Blechgefäß aufgelegt wird, während die andere Seitenfläche die Wärme an die Umgebung abgibt. Letztere Seitenfläche ist mit Papier bedeckt. Der Fortschritt gegen das vorhergehende Verfahren besteht in der genaueren Bestimmung der Oberflächentemperatur der die Wärme an die Umgebung abgebenden Fläche. Zu diesem Zweck befindet sich der strahlenden Fläche gegenüber ein zweites mit Wasser gefülltes Gefäß. Die der Platte zugekehrte Seite des letzteren ist eben, lotrecht und ebenfalls mit Papier bedeckt. In gleichem Abstand von beiden Flächen befinden sich die Lötstellen eines Thermoelementes. Die ganze Anordnung ist in einem von Wasser durchflossenen Blechmantel eingebaut. Die Wassertemperatur im zweiten Gefäße wird so lange geändert, bis das an das Thermoelement angeschaltete Galvanometer keinen Ausschlag zeigt. Dann haben beide Papierbelege dieselbe Temperatur. Péclet setzte diese gleich der Temperatur des Wassers im zweiten Gefäße. Die Berechnung von k geschah ebenso wie unter β.

Die Verfahren von Péclet enthalten alle mehrere Ungenauigkeiten. 1) Die Temperaturdifferenz an den beiden Seiten des Versuchskörpers wird zu groß angegeben, da die maßgebenden Oberflächentemperaturen nicht im Material gemessen werden. Sie werden immer gleich den Temperaturen darauf gelegter Papiere oder mit Dampf geheizter Blechgefäße gesetzt. 2) Es wird ferner angenommen, daß durch den Rand der Platte, bezw. den Boden und Deckel des Zylinders kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet. Dieser Wärmeverlust ist aber nicht zu vermeiden, da für eine genügende Isolierung weder viel Raum, noch ein geeignetes Isoliermittel zur Verfügung steht. 3) Die zur Berechnung der durch die Isolierung strömenden Wärmemenge benützten Uebergangszahlen[1]) Péclets sind durch einige diesbezügliche Versuche des Verfassers

[1]) Da die Pécletschen Uebergangszahlen in vielen Lehr- und Handbüchern abgedruckt sind, sei die Pécletsche Versuchsanordnung hier besprochen. Er zerlegte den Wärmeübergang in zwei Summanden, in einen die Ausstrahlung des Körpers angebenden R und einen zweiten A, der den Wärmeverlust durch Leitung und Konvektion angab. Péclet beobachtete die Abkühlung von Gefäßen verschiedener Form und Größe, die mit heißem Wasser gefüllt waren und sich in einem Raum mit matter Oberfläche und konstanter Temperatur befanden (Vergl. die Betrachtungen S. 79 ff.). Die Oberflächenbeschaffenheit der Gefäße wurde bei den Versuchen variiert. Für die Abhängigkeit beider Summanden von der Temperatur benützte Péclet die von Dulong und Petit (Ann. chim. et phys. 1817, Bd. 7 S. 113, 225) beobachteten Gesetze und nahm dabei den Verlust A unabhängig von der Oberflächenbeschaffenheit an. Es seien M_1 und M_2 die Wärmeverluste zweier Körper von der Temperatur T bei der Umgebungstemperatur t. Der Oberflächenbeschaffenheit entspreche das Strahlungsvermögen K_1 und K_2. Dann setzte Péclet

nicht bestätigt worden. Die Pécletschen Zahlen, die vielfach in der Technik im Gebrauch sind, sind deshalb als unsicher zu bezeichnen.

2) G. Forbes[1]) untersuchte den Wärmedurchgang durch eine Platte, die auf ein mit Wasser von null Grad gefülltes Gefäß gelegt war. Auf die Platte stellte er ein zweites Gefäß, das eine Kältemischung enthielt. An der unteren Seite der Platte setzte sich dann eine Eisschicht an. Forbes stellte eine Beziehung auf zwischen der Wärmeleitzahl des zu untersuchenden Stoffes, dem Wärmeleitvermögen des Eises, der Temperatur der Kältemischung, der Dicke der Eisschicht und der Zeit. Es setzte darin als Temperatur der einen Seite der Isolierschicht die durch das Thermometer gemessene Temperatur der Kältemischung ein, wodurch seine Werte der Wärmeleitzahl viel zu niedrig wurden.

3) C. H. Lees[2]) benützte das Verfahren des geteilten Stabes von Lodge[3]). Hierbei wird der stationäre Temperaturverlauf in einem 67 cm langen Stabe aus Messing von 1,93 cm Dmr. beobachtet. An beiden Enden sind Gefäße angelötet, deren eines mit Wasserdampf geheizt wird, während durch das andere Wasser von Zimmertemperatur strömt. Der Stab ist in der Mitte geteilt und in die Fuge wird dann das zu prüfende Material in Form einer dünnen Scheibe gebracht. Der Stab wird wagerecht an einem Holzrahmen aufgehängt, und an mehreren Stellen des Stabes wird die Temperatur mit Thermoelementen gemessen. Der Temperaturverlauf im Stabe wird bis an die Endflächen extrapoliert, wodurch das Temperaturgefälle in der Isolierschicht gewonnen wird. Aus der Neigung der Temperaturkurve vor dem Scheibchen, dem als bekannt vorausgesetzten Wärmeleitvermögen des Messings, kann die durch die Flächeneinheit des Scheibchens strömende Wärmemenge berechnet werden. Mißt man

$$M_1 = A + R_1 = 0{,}552\, K' (T-t)^{1{,}233} + 124{,}72\, K_1 (a^T - a^t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$
$$M_2 = A + R_2 = 0{,}552\, K' (T-t)^{1{,}233} + 124{,}72\, K_2 (a^T - a^t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

wo $a = 1{,}0077$ ist und K' eine Berührungskonstante bedeutet. Zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{K_1}{K_2}$ benützte Péclet den unter γ beschriebenen Apparat, in den 2 Kupfergefäße mit ebener Begrenzung eingesetzt waren. Die beiden ebenen, einander zugekehrten Flächen waren mit dem Material vom Strahlungsvermögen K_1 und K_2 bedeckt. Die Wassertemperaturen in den Gefäßen wurden so lange geändert, bis das in den Stromkreis des Thermoelementes geschaltete Galvanometer auf null zeigte. Péclet setzte dann:

$$R_1 = R_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$
$$K_1 (a^{T_1} - a^t) = K_2 (a^{T_2} - a^t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a).$$

worin T_1 und T_2 die Oberflächentemperaturen und t die Temperatur des Thermoelementes war Aus diesen drei Gleichungen berechnete Péclet die drei Unbekannten K', K_1 und K_2. Die Versuche an technischen Anlagen (Siehe z. B. P. G. Laurin und B. H. Wallin, Om profning af värmeisoleringsmedel. TeknisktTidskrift 1901) zeigten aber, daß die Pécletschen Formeln zu kleine Werte für die Wärmeverluste ergaben. Man setzte deshalb für die Berührungskonstante K' größere Werte ein, während man die Pécletschen Strahlungsziffern beibehielt. Daß auch letztere Werte nicht einwandsfrei sind, ist schon daraus ersichtlich, daß nach Péclet z. B. Oel 70 vH mehr Wärme ausstrahlt als der absolut schwarze Körper. Nach dem Kirchhoffschen Strahlungsgesetz strahlt der absolut schwarze Körper aber am meisten Wärme aus. Dieses Gesetz ist allerdings erst nach Péclet entdeckt worden. Péclet legte seinen Versuchen das von Dulong und Petit durch Versuche mit sich abkühlenden Thermometern gefundene Gesetz über die Wärmeabgabe durch Luftleitung und Konvektion zugrunde. Dieses Gesetz wurde durch spätere Versuche für anders gestaltete Körper nicht bestätigt (s. R. Wagner, Dissertation Zürich 1902). Ferner gilt die Formel 3a nur dann (siehe S. 80), wenn das Thermoelement ein absolut schwarzer Körper ist, was physikalisch ausgeschlossen ist. Péclet setzte zudem für die Temperatur des Thermoelementes die Umgebungstemperatur ein, die sicher höher ist.

[1]) G. Forbes, Proc. Roy. Soc. of. Edin. VIII, 1872 bis 1875 S. 62 f.

[2]) C. H. Lees, Phil. Trans. Lond. A. 1892, Vol. 183 S. 481.

[3]) Lodge, Phil. Mag. 5, 1878, Vol. 5 S. 110.

noch die Dicke der Scheibe, so sind alle Größen bekannt, welche zur Berechnung der Wärmeleitzahl des Körpers nötig sind. Bei der Berechnung wird vorausgesetzt, daß durch den Umfang des Scheibchens keine Wärme abgegeben wird, so daß die Scheibe also im Verhältnis zum Durchmesser sehr dünn gemacht werden muß. Dieses Verfahren hat den Nachteil, daß der auf sein Wärmeleitvermögen untersuchte Körper sehr klein ist, so daß etwaige Inhomogenität des Materiales von großem Einfluß ist. Die Temperaturmessung mit Thermoelementen an dem dünnen Stabe kann auch sehr leicht zu Fehlern Anlaß geben, wie R. Wagner[1]) gezeigt hat (siehe auch Seite 29 u. f. dieser Abhandlung).

4) C. H. Lees und J. D. Chorlton[2]) gaben folgendes Verfahren an. Zwischen zwei dicke Messingscheiben von 11,4 cm Dmr. wird das zu untersuchende Material in dünner Schicht (ungefähr 3 mm stark) gelagert. Die obere Scheibe trägt ein mit Filz bedecktes Messinggefäß, das mit Wasserdampf von Atmosphärendruck geheizt wird. In den beiden Messingscheiben stecken in wagerechten Anbohrungen Thermometer. Der Apparat ist an drei Fäden aufgehängt. Einige Zentimeter unter ihm ist ein Thermometer zur Messung der Lufttemperatur angebracht. Zur Bestimmung der durch die Isolierschicht strömenden Wärme wird durch einen Vorversuch die Wärmeübergangszahl von der Messingscheibe an die Luft bestimmt, indem beide Scheiben ohne Zwischenlage aufeinander gelegt werden und das im Heizgefäß kondensierte Wasser gemessen wird. Es wird dabei angenommen, daß von jeder Flächeneinheit gleich viel Wärme an die Umgebung abgegeben wird. Die durch die Isolierschicht im Beharrungszustande strömende Wärmemenge wird dann proportional der Wärmeübergangszahl, der Wärme abgebenden Oberfläche der unteren Messingscheibe und proportional dem gemessenen Temperatursprung zwischen dieser Scheibe und der umgebenden Luft gesetzt. Die Wärmeübergangszahl wird dabei als von der Temperatur unabhängig angenommen und gleich dem bei ungefähr 100° C gewonnenen gesetzt. Nach allen Untersuchungen[3]) über die Wärmeabgabe erhitzter Körper an Luft nimmt aber diese Zahl erheblich mit der Temperatur zu, so daß also die Wärmemessung bei diesem Verfahren als mangelhaft bezeichnet werden muß. Da die Wärmeübergangszahl mit der Temperatur wächst, wird die Wärmeleitzahl zu groß erhalten.

Dieses Verfahren wurde für weitere Untersuchungen noch benutzt von N. Georgiewski[4]) und von R. S. Hutton and J. R. Beard[5]).

5) Der Wärmedurchgang durch einen Zylinder wird bei dem von C. Niven[6]) angegebenen Verfahren benützt. Aus dem zu prüfenden Stoffe wird ein zweiteiliger Zylinder von 15 cm Länge und 9 cm Dmr. hergestellt. In der Achse des Zylinders wird ein Platindraht ausgespannt, der durch einen elektrischen Strom geheizt wird. In 1 und 3 cm Abstand von der Achse wird durch Thermoelemente die Temperatur des Stoffes gemessen. Bei der Berechnung der Wärmeleitzahl wird angenommen, daß die Wärme nur senkrecht zum Draht abfließt, was in Anbetracht des großen Verhältnisses vom Durchmesser zur Länge des

[1]) R. Wagner, Diss. Zürich 1902.

[2]) C. H. Lees und J. D. Chorlton, Phil Mag. 1896 (5), Bd. 41 S. 495

[3]) Eine ausführliche Zusammenstellung über diese Untersuchungen findet sich in dem Buche von Teichmüller: Die Erwärmung elektrischer Leitungen Stuttgart, F. Enke, 1905 Siehe auch die Versuchsergebnisse des Verfassers S. 84

[4]) N. Georgiewski, J. d. russ. phys.-chem. Ges. 1903, Bd. 35 S. 609

[5]) R. S. Hutton und J. R. Beard, Trans. Far. Soc. S. A. 1905 1

[6]) C. Niven, Proc. Roy. Soc. Lond. 1904 S. 34, 76.

Zylinders nur als grobe Annäherung betrachtet werden kann. Die berechneten Wärmeleitzahlen werden deshalb zu groß.

6) Verfahren von C. G. Lamb und W. G. Wilson[1]). Der zu untersuchende Stoff füllt den Zwischenraum zweier zylindrischer Kupfergefäße (20 cm Dmr. und 40 cm hoch), die durch Stücke aus Vulkanfiber im Abstand von 2,5 cm gehalten werden. In dem inneren Gefäße befindet sich ein kleiner Elektromotor mit einem Ventilator und eine mit dem Elektromotor in Serie geschaltete Heizspirale zur Erzeugung einer beliebigen, konstanten Innentemperatur. Dieser Apparat steht in einem Wasserbade von ebenfalls beliebiger, aber unveränderlicher Temperatur. Die Temperaturdifferenz zu beiden Seiten der Isolierschicht wird durch Thermoelemente aus Eisen-Konstantan gemessen, die an die Kupfergefäße angelötet sind. Durch Vorversuche stellten Lamb und Wilson fest, daß die Kupferzylinder unveränderliche Temperatur hatten, und durch Aenderung der Schichtdicke wurde die Annahme bestätigt gefunden, daß zwischen den Kupferzylindern und der Materialoberfläche kein Temperatursprung vorhanden war[2]). Dieses sehr brauchbare Verfahren hat nur den Nachteil, daß es wegen des eingebauten Motors nur für mäßige Temperaturgrenzen geeignet ist.

b) Technische Verfahren.

Bei diesen Verfahren wird immer angestrebt, die Versuchseinrichtung möglichst der technischen Verwendung des zu prüfenden Körpers zu nähern.

1) Zur Untersuchung von Isolierstoffen für die Kälteindustrie gab Grünzweig[3]) folgendes Verfahren an. Man stellt einen kleinen Versuchseiskeller her, bestehend aus einem Zinkblechgefäß von rechteckigem Querschnitte ($70 \times 28 \times 28$ cm^3), das von dem zu prüfenden Stoffe (36 cm stark) umgeben wird. Das Gefäß besitzt einen Deckel, durch den Eis eingefüllt wird, und am Boden ein Ablaufrohr für das Schmelzwasser. Der Keller wird zunächst mehrere Tage lang mit Eis gefüllt, um in der Isolierung Temperaturgleichgewicht zu erhalten, was daraus zu erkennen ist, daß die stündlich ausfließende Schmelzwassermenge gleich bleibt. Hierauf wird der Keller nochmals mit Eis voll gefüllt und die Zeit beobachtet, die verläuft, bis das gesamte Eis im Keller geschmolzen ist. Grünzweig untersuchte gleichzeitig mehrere Keller aus verschiedenem Material und setzte die Ausflußzeiten der Isolierwirkung proportional.

Diesem Verfahren haftet die Ungenauigkeit an, daß der anfänglich abgewartete Beharrungszustand in der Isolierung nach einigen Tagen verschwindet, da sich das schmelzende Eis von den Seitenwänden des Zinkgefäßes loslöst und deshalb namentlich in den oberen Teilen die Temperatur der Zinkoberfläche steigt. Sobald über die Hälfte des Eises ausgeflossen ist, kann keine Rede mehr von einer gleichmäßigen Temperaturverteilung im Innern sein. Die stündliche Schmelzwassermenge nimmt deshalb mit der Zeit ab, und die Geschwindigkeit dieser Aenderung wechselt mit der spezifischen Wärme des Isoliermateriales. Es ergeben also Stoffe gleicher Wärmeleitfähigkeit, aber verschiedener spezifischer Wärme ein ungleiches Resultat. Es ist deshalb zu empfehlen, nicht das Leerlaufen des Kellers abzuwarten, sondern den Teil des Versuches zum Vergleiche heranzuziehen, bei dem nach dem letzten Einfüllen des Eises die stündliche Ausflußmenge mehrere Tage unverändert bleibt. Sind die Versuchskörper

[1]) C. G Lamb und W. G. Wilson, Proc. Roy. Soc Lond. 1900, Bd. 65 S. 283.

[2]) Letzteres Ergebnis wurde auch durch die Versuche des Verfassers bestätigt (siehe S. 119).

[3]) Grünzweig, Deutsche Bauzeitung 1885.

mit gleicher Oberflächenbeschaffenheit versehen und werden die Versuche unter denselben äußeren Bedingungen ausgeführt, so ist die Wärmeleitfähigkeit der Isolierung proportional der stündlichen Ausflußmenge.

2) Ein ähnliches Verfahren wurde vom Bayerischen Gewerbemuseum[1]), Nürnberg, angegeben. Der Zwischenraum zweier Blechwürfel wurde mit dem Stoffe gefüllt. Für die verschiedenen Isolierstoffe wurden derartige Würfel hergestellt. Nachdem die inneren Würfel mit Eis beschickt waren, wurden sämtliche Versuchskörper in ein Wasserbad von 25° C gebracht und das in der Zeiteinheit aus den einzelnen Kästen ausfließende Schmelzwasser gemessen.

3) Zur Untersuchung von Stoffen, die zur Isolierung von Dampfleitungen benützt werden, hat ein von Pasquay[2]) angegebenes Verfahren Verbreitung gefunden. Es besteht in der Bestimmung des Wärmeverlustes eines mit Dampf geheizten isolierten Eisenrohres von 1 qm Rohroberfläche. Das Rohr ist gegen den Horizont geneigt, damit das Kondenswasser abfließen kann. Vor dem Apparat ist ein Dampfdruckregler und ein Wasserabscheider angebracht. Das Kondensat wird durch eine Kühlschlange in ein Meßgefäß geleitet. Pasquay benützte diese Anordnung, um daraus die Wärmeleitzahl von Isolierstoffen zu bestimmen. Die latente Wärme des Kondensates setzte er gleich der durch die Isolierung gehenden Wärmemenge. Als Innentemperatur der Isolierung setzte er die Dampftemperatur, und die Oberflächentemperatur berechnete er mit Hilfe der Pécletschen Wärmeübergangszahlen[3]).

Gutermuth[4]) hat ebenfalls nach diesem Verfahren eine Reihe von Versuchen angestellt und kam zu dem Ergebnis, »daß durch Versuche im Kleinen weder absolute Werte, noch zuverlässige Vergleichszahlen über die Wirksamkeit der einzelnen Umhüllungsstoffe erreicht werden können.«

Gutermuth[5]) machte auch Versuche an langen, verschieden isolierten Dampfleitungen von Schachtanlagen. Der Dampf befand sich hierbei in der Leitung in Ruhe. Sowohl das Speisewasser als auch das Kondensat wurden gemessen, die aber um 30 vH von einander abweichende Werte ergaben. Gutermuth führte den Unterschied auf Undichtigkeiten in der Leitung zurück und benützte die Kondensatmessung zur Berechnung des Wärmeverlustes.

Auch Rietschel[6]) behauptete nach eigenen Versuchen, daß dieses Verfahren mit kondensierendem Dampf nicht einwandfrei ist, da immer feuchter Wasserdampf ins Versuchsrohr gelangt.

4) W. N. Bolam und T. Grieve[7]) haben diese Methode dadurch verbessert, daß sie den Einfluß der Rohranschlüsse durch einen Vorversuch eliminieren. Bei den im Fulton Ingenieurlaboratorium der Universität Edinburgh angestellten Versuchen[8]) wurde ein geneigt angeordnetes schmiedeeisernes Rohr von 2,7 m Länge und 88 mm innerem Durchmesser benützt. Gemessen wurden die Umgebungstemperatur, die Spannung des eintretenden Dampfes, der Barometerstand, die kondensierte Dampfmenge und die Oberflächentemperatur der Umhüllung.

[1]) Siehe die Broschüre der Isoliermulle- und Torfstreuwerke, Haspelmoor O.-B. 1906 S. 25

[2]) Dieser Versuchsapparat wurde zuerst von Pasquay auf der »Frankfurter Patentausstellung 1881« ausgestellt. Siehe auch: Ch. Pasquay, Wärmeschutz im Dampfbetrieb, Wasselnheim 1900.

[3]) Siehe Seite 7, Fußnote [1]).

[4]) Gutermuth, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1887 Bd. 31 S. 696 u. f.

[5]) Gutermuth, a. a. O.

[6]) Rietschel, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1902 Bd. 47 S. 959.

[7]) W. N. Bolam u. T. Grieve, Engineering 1903 Bd. 76 S. 171.

[8]) Der Apparat ist von T. Hudson Beare angegeben.

Bezüglich der letzteren Temperaturmessung[1]) bemerken die Experimentatoren, daß sie nicht als exakt angesehen werden kann, sonder nur Vergleichswert besitzt für die verschiedenen Isolationen. Zur Bestimmung des in den Anschlußstutzen und im Wasserstandsglase sich niederschlagenden Wassers wurde bei einem Vorversuch das Versuchsrohr herausgenommen und die Anschlüsse direkt verbunden. Hierfür wurde das Niederschlagswasser abhängig von der Dampftemperatur bestimmt, welcher Wert dann beim Hauptversuch vom Kondensat abgezogen wurde. Bolam und Grieve änderten die Innentemperatur zwischen 130° und 166° C.

Wegen der großen Verdampfungswärme des Wassers wird das Ergebnis solcher Versuche mit Wasserdampf durch etwaige Feuchtigkeit[2]) des eintretenden Dampfes stark fehlerhaft beeinflußt.

5) H. G. Stott[3]) untersuchte eine 61 m lange Rohrleitung von 2″ (5 cm). In Abständen von 1,22 m waren auf je 3,36 m Länge verschiedene Wärmeschutzmittel aufgebracht. Das ganze Rohr wurde an elektrische Spannung gelegt und durch die Joule'sche Wärme geheizt. Am Anfang und Ende jedes Wärmeschutzmittels waren Drähte ans Rohr gelötet zur Messung des Spannungsabfalles im Rohr längs der Isolierung. Gleichzeitig wurde der Heizstrom gemessen. Aus dem hieraus berechneten elektrischen Widerstand des Rohres und dem durch einen Vorversuch bestimmten Temperaturkoeffizienten des Rohres wurde die Temperatur des Eisenrohres bestimmt, die bei den Versuchen zwischen 150° und 270° geändert wurde. Zur Berechnung der Wärmedurchgangszahl wurde dann noch die Lufttemperatur gemessen. Da Stott auf die Bestimmung der Oberflächentemperatur verzichtete, können seine Werte nicht zu genauer Beurteilung des Wärmeschutzmittels herangezogen werden, da sie noch den Uebergangswiderstand an Luft enthalten.

6) Verfahren von Benisch und Andersen[4]). Ein dünnwandiges zylindrisches Rohr von 0,08765 qm Oberfläche wird mit dem zu prüfenden Isoliermaterial bekleidet. Im Innern befindet sich eine Drahtspirale, die mit Wechselstrom geheizt wird[5]). Die Innentemperatur wird mit Quecksilberthermometern gemessen, während die Oberflächentemperatur der Isolierung durch Thermoelemente bestimmt wird. Für verschiedene Isolierstoffe wurden für mehrere Heizungen der zeitliche Temperaturverlauf im Innern des Rohres von Beginn der Heizung bis nahe an den Beharrungszustand beobachtet. Die Innentemperatur wurde meist bis zur Zerstörung der Isolierung gesteigert. Zur Ausrechnung wurde die Formel[6])

$$Q = k \cdot F \frac{t_1 - t_2}{d}$$

benutzt, worin für t_1 die Innentemperatur und für t_2 die Oberflächentemperatur gesetzt wird. Zu den von Benisch und Andersen berechneten Wärmeleitzahlen k

[1]) Siehe Seite 31 u. f.

[2]) Ueber die Wirkung von Wasserabscheidern sind s. Z. eingehende Versuche im Laboratorium für Technische Physik der Kgl. Techn. Hochschule München im Gange.

[3]) H. G. Stott, Electrical World and Engineer 1902 Bd. 40 S. 854.

[4]) H. Benisch und A. Andersen, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1906 Bd. 50 S. 1655.

[5]) Dieses Verfahren ist in physikalisch einwandfreierer Weise bereits nach einem Artikel in The Iron Age 1896 Bd. 57 S. 304 in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1896 Bd. 40 S. 217 angegeben. In dem Eisenrohr befindet sich Oel, das tüchtig gerührt wird. Beide Endflächen des Rohres sind gegen Wärmeverluste isoliert.

[6]) Diese Formel ist Péclet zugeschrieben, sie wurde aber zuerst von Fourier aufgestellt.

ist Folgendes zu bemerken. Infolge des großen Uebergangswiderstandes für Wärme von Luft an feste Körper ist die Temperatur der innern Oberfläche der Isolierung beträchtlich niedriger als die dafür gesetzte Lufttemperatur im Innern des Eisenrohres. Da die Gefäße der Quecksilberthermometer von den glühenden Heizdrähten bestrahlt werden, ist ihre Temperaturangabe noch höher wie die Lufttemperatur. Die Messung der Oberflächentemperatur[1]) ist ebenfalls als mangelhaft zu bezeichnen[2]).

Endlich ist die zur Berechnung von k benützte Formel streng nur für eine ausgedehnte Platte richtig und daher für die vorliegende Versuchsanordnung nur näherungsweise brauchbar[3]).

Dieses Verfahren hat K. Wilkens[4]) früher zur Untersuchung der Wärmeleitfähigkeit von Wasser, Wachs usw. benützt mit dem Unterschied, daß er das isolierte Rohr in einen verlöteten Blechmantel brachte und in schmelzendes Eis legte. Wilkens[5]) schlug neuerdings dieses Verfahren zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen vor. Er erwähnt gleichzeitig, daß er statt der Zylinder mit bestem Erfolge konzentrische Kugeln benützte, welches Verfahren sich mit dem vom Verfasser[6]) benutzten deckt. Die hierfür von Wilkens angegebene Formel:

$$k = \frac{W \cdot 2{,}3026^2 \cdot \left(\log \frac{D}{d}\right)^2}{(t - t_w)\, 2\,(D - d)\,\pi}$$

kann nur als grobe Näherungsformel bezeichnet werden und ist durch die Gleichung 2b Seite 15 zu ersetzen.

Zusammenfassend ist zu bemerken, daß die bekannten Verfahren zur exakten Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von technisch verwendeten Wärmeschutzmitteln nicht geeignet erscheinen. Sie sind entweder theoretisch nicht einwandfrei oder ihr Verwendungsgebiet ist sehr beschränkt. Sie sind meist nicht geeignet, die Wärmeleitzahl bei hohen Temperaturen zu bestimmen und setzen eine bestimmte Beschaffenheit des Materiales voraus. Es erschien deshalb berechtigt und notwendig, eine neue Methode zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen auszuarbeiten.

II. Versuche des Verfassers.

A) Theorie der Versuchanordnung.

Wie oben (S. 6) erwähnt, kann die Wärmeleitzahl entweder so bestimmt werden, daß man die durch Wärmeaustausch bedingte zeitliche Aenderung des Temperaturverlaufes im zu untersuchenden Körper bestimmt, oder daß man die Temperaturverteilung in ihm feststellt, die im stationären Temperaturzustand eintritt. Die erste Art setzt die Kenntnis der spezifischen Wärme des zu prü-

[1]) Siehe S. 31 u. f.
[2]) Benisch und Andersen, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1906 Bd. 50 S. 2046.
[3]) K. Wilkens, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1907 Bd. 51 S. 120.
[4]) K. Wilkens, E. T. Z. 1900 S. 145.
[5]) K. Wilkens, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1907 Bd. 51 S. 120.
[6]) Ich habe das Verfahren bereits im Juli 1906 veröffentlicht, s. Fußnote [1]) Seite 5.

fenden Materiales voraus. Diese ist aber für Wärmeisolatoren noch nicht bestimmt worden, so daß also für die Bestimmung der Wärmeleitzahl von Wärmeisolierstoffen nur die zweite Methode in Frage kommt. Es handelt sich dabei um die experimentelle und theoretische Festlegung des stationären Temperaturfeldes im Körper, durch den Wärmeenergie hindurchgeht, wobei nach Möglichkeit dafür zu sorgen ist, daß die gesamte gemessene Wärmemenge durch das Material hindurchfließt. Diese Bedingung ist bei dem nachstehend beschriebenen Verfahren vollkommen erfüllt, so daß also jede, immer unsichere Bestimmung von sogenannten Wärmeverlusten wegfällt.

Das von Hrn. Prof. Dr. O. Knoblauch vorgeschlagene Verfahren besteht in der Untersuchung des stationären Temperaturverlaufes in einem festen Körper, der im Innern einen Heizkörper enthält, in dem eine beliebige gleichbleibende Wärmeenergie pro Zeiteinheit erzeugt wird. Die gleiche Wärme wird zur selben Zeit von der Oberfläche des Versuchskörpers, dessen Temperatur konstant gehalten wird, an die Umgebung abgegeben.

Bei den Versuchen wird der Körper entweder durch eine Kugelfläche oder eine Würfelfläche begrenzt.

α) Das Material wird in Kugelform untersucht.

Die Heizquelle wird natürlich im Mittelpunkte der Kugel gelagert. Aus Symmetriegründen ist ersichtlich, daß die Wärme radial abströmt, und daß also zur punktförmig gedachten Heizquelle konzentrische Kugelschalen Flächen gleicher Temperatur (Niveauflächen) sind. Bei der praktischen Ausführung wird die Heizquelle dann auch in einer Kugelschale untergebracht, und es ist durch experimentelle Maßnahmen dafür zu sorgen, daß sowohl die innere wie die äußere Kugelschale gleichbleibende Temperatur haben.

Es sei:

k $\frac{\text{WE}}{\text{st. m Grad}}$ die zunächst von der Temperatur unabhängig angenommenen »Wärmeleitzahl« des Stoffes,

Q W. E. die stündlich im Heizkörper erzeugte Energie,

t Grade die Temperatur eines Punktes im Abstande rm vom Kugelmittelpunkte.

Es ist nun eine Beziehung zwischen diesen vier Größen aufzustellen.

Fourier[1]) hat angenommen, daß die Wärmeleitung nach folgendem Gesetz stattfindet:

Die durch eine ausgedehnte ebene Platte von der Dicke d und der Fläche F hindurchgehende Wärmemenge Q ist im stationären Zustande proportional der Zeit z, proportional der Fläche F, proportional der Temperaturdifferenz Δt zu beiden Seiten der Platte, umgekehrt proportional der Dicke der Platte d und abhängig von einer Materialkonstanten k. In einer Formel ausgedrückt, wird dann

$$Q = k \frac{\Delta t F}{d} z \text{ WE} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

k ist hierin die Wärmeleitzahl des Materiales. Diese Formel ist nie durch direkte Messungen geprüft worden. Es wurden aber alle rechnerisch daraus gezogenen Schlußfolgerungen durch die Erfahrung bestätigt.

[1]) Fourier, Théorie analytique de la chaleur. Deutsche Ausgabe von B. Weinstein 1884 S. 27 u. f.

Macht man die betrachtete Schicht sehr dünn (gleich dx), so geht die Formel (1) in folgende über

$$Q = -k F \frac{dt}{dx} z \quad \ldots \quad (1a).$$

Das negative Zeichen rührt daher, daß die Wärme erfahrungsgemäß in Richtung des Temperaturgefälles strömt.

Um die Differentialgleichung für den Temperaturverlauf in der Kugel zu erhalten, schlage ich um den Mittelpunkt eine Kugel vom Halbmesser r. In der Zeiteinheit strömt durch diese Kugelfläche nach Gl. (1a) die Wärme

$$Q = -k 4 r^2 \pi \frac{dt}{dr} \quad \ldots \quad (1b).$$

Die Integration liefert

$$t = \frac{Q}{4 \pi k} \frac{1}{r} + C_1 \quad \ldots \quad 2).$$

Die Konstante C_1 wird durch die Temperatur des die Versuchskugel umgebenden Mediums bestimmt. Es sei R der Durchmesser der Kugel und α $\frac{\text{WE}}{\text{m}^2 \text{ st. Grad}}$ sei die »Wärmeübergangszahl« von der Oberfläche der Kugel an die Umgebung. Sie gibt die in der Zeiteinheit von 1 qm einer Fläche an die Umgebung abgegebene Wärme an, wenn die Fläche um 1° wärmer ist, als die Umgebung. Als Umgebungstemperatur ist hierbei die mittlere Temperatur t_0 der den Wärme abgebenden Körper einschließenden Außenluft zu setzen. Dabei ist vorausgesetzt, daß sich in der Nähe des Körpers keine heißen Körper befinden, die ihm Wärme zustrahlen könnten. Unter diesen Bedingungen wird die Temperatur der Kugeloberfläche

$$t_R = \frac{Q}{4 \pi R^2 \alpha} + t_0$$

und Gl. (2) geht über in

$$t = \frac{Q}{4 \pi k} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} + \frac{1}{R^2} \frac{k}{\alpha} \right) + t_0 \quad \ldots \quad (2a).$$

Der radiale Temperaturverlauf befolgt also das Gesetz einer gleichseitigen Hyperbel. Kennt man die Temperaturen t_1 und t_2 zweier Punkte der Kugel mit den Abständen r_1 bezw. r_2 vom Mittelpunkt und die im Innern erzeugte Heizenergie Q, so folgt aus Gl. (2) für die Wärmeleitzahl k

$$k = \frac{Q}{4 \pi} \frac{r_1 - r_2}{t_2 - t_1} \frac{1}{r_1 r_2} \quad \ldots \quad (2b).$$

Beim Versuch wird man natürlich die Temperatur an mehreren Stellen der Kugel messen und hätte dann zur Berechnung von k eine große Anzahl von Kombinationen verschiedener Punkte auszuführen und von den erhaltenen Werten das Mittel zu nehmen.

Folgendes zeichnerische Verfahren führt schneller zum Ziel und gibt zugleich ein sehr gutes Bild von der Genauigkeit der einzelnen Beobachtungen und des gewonnenen Ergebnisses.

Mutltipliziert man Gl. (2) beiderseits mit r und führt

$$v = rt$$

als neue abhängig Veränderliche ein, so geht Gl. (2) über in

$$v = \frac{Q}{4 \pi k} + C_1 r = \frac{Q}{4 \pi k} \left(1 - \frac{r}{R} + \frac{r}{R^2} \frac{k}{\alpha} \right) + r t_0 \quad \ldots \quad (3).$$

v ist also linear abhängig von r. Setzt man in Gl. (3) $r = 0$, so wird

$$k = \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{c_r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4).$$

Trägt man in einem rechtwinkligen Achsenkreuz für die Versuchspunkte die Größe v (als Ordinate) vom Halbmesser r (als Abscisse) abhängig auf, so müssen diese Punkte auf einer Geraden liegen. Verlängert man diese Gerade bis zur Ordinatenachse, so ist ihr Abschnitt auf dieser umgekehrt proportional der gesuchten Größe k, die nach Gl. (4) berechnet wird.

Bei den Versuchen des Verfassers zeigte sich, daß die in der eben beschriebenen Weise gewonnenen Versuchspunkte nicht auf einer Geraden, sondern auf einer flachen Kurve lagen, daß also die Fouriersche Annahme, ausgedrückt durch Gl. (1), nicht für die untersuchten Wärmeisolatoren gilt. Es wurde die innere Heizung stufenweise erhöht und so eine Schar von Kurven im Diagramm r, v festgelegt, die mit zunehmender Heizung an Krümmung zunehmen.

Man kann als nächstliegendste Annahme die Wärmeleitzahl k von der Temperatur abhängig setzen. Betrachtet man auf den verschiedenen Kurven Punkte gleicher Temperatur, so müßte für diese das Temperaturgefälle proportional der durch die Flächeneinheit strömenden Wärmemenge sein. Diese Annahme ist bei allen Versuchen bestätigt worden, so daß also k in der Tat als Funktion der Temperatur aufzufassen ist.

Für ein Linienelement der Kurven kann k aber als unveränderlich angenommen werden und die Formel (4) ist hierfür dann exakt gültig. Um also in einem Punkt der Kurven des Diagrammes die dort vorhandene Wärmeleitzahl k zu bestimmen, zieht man die Tangente an die Kurve in diesem Punkt. Aus dem Abschnitt der Tangente auf der Ordinatachse wird dann nach Gl. (4) die Wärmeleitzahl für diesen Punkt bestimmt. Hiernach läßt sich für die einzelnen Beharrungszustände die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Temperatur festlegen. Diese einzelnen Kurven müssen sich überdecken.

Das Ziehen von Tangenten an eine graphisch vorgelegte Kurve ist immer etwas unsicher. Diese Unsicherheit wird bei folgender Auswertungsart der Versuche vermieden. Man verbindet zwei benachbarte Beobachtungspunkte durch eine Sehne. Die nach Gl. (4) aus dem Abschnitt dieser Sehne auf der Ordinatenachse erhaltene Zahl für k ist die Wärmeleitzahl für das Temperaturmittel der beiden verbundenen Punkte. Wie folgende Betrachtungen ergeben, ist dieses Verfahren exakt, wenn k linear von der Temperatur abhängig ist, und da für zwei benachbarte Versuchspunkte k immer als linear abhängig von t angesehen werden kann, so ist diese Auswertungsart von k allgemein zulässig. Setzt man nämlich

$$k = \alpha + \beta t,$$

so geht Gl. (1a) über in

$$Q = -4 r^2 \pi (\alpha + \beta t) \frac{dt}{dr} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5),$$

deren Lösung

$$\alpha t + \frac{\beta t^2}{2} = \frac{Q}{4\pi r} + C_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

oder

$$t = \frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta Q}{2\pi r} + 2\beta C_1}}{\beta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6a)$$

ist.

Setzt man wieder

$$v = rt,$$

so wird

$$v = -\frac{\alpha}{\beta} r + \sqrt{r^2\left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{2C_1}{\beta}\right) + \frac{Q}{2\pi\beta}} r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6b).$$

Die Beziehung zwischen v und r, welche für ein unveränderliches k durch eine gerade Linie dargestellt wurde, wird also jetzt durch eine durch den Pol gehende Hyperbel ausgedrückt.

Es seien nun t_1 und t_2 die Temperaturen in den Punkten r_1 und r_2, so folgt aus Gl. (6):

$$-\frac{Q}{4\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \alpha\,(t_2 - t_1) + \frac{\beta}{2}\,(t_2^2 - t_1^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Es sei jetzt die Wärmeleitzahl unveränderlich angenommen zwischen den Punkten 1 und 2, deren Temperaturen t_1 und t_2 dieselben seien wie oben. Es soll dann unter Zugrundelegung der linearen Beziehung zwischen k und t aus der Gleichung

$$k = \alpha + \beta t_x$$

t_x so bestimmt werden, daß die gleiche Wärme Q durch die Zone von 1 nach 2 strömt. Aus Gl. (2b) folgt hierfür

$$-\frac{Q}{4\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (t_2 - t_1)\,(\alpha + \beta t_x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Setzt man die rechten Seiten von Gl. (7) und (8) gleich, so folgt

$$t_x = \frac{t_1 + t_2}{2},$$

was zu beweisen war.

Ist es nicht angängig, beim Versuche den Temperaturverlauf im Material zu messen, wie z. B. bei der Prüfung von Isoliersteinen, deren Fugen mit einem Bindemittel ausgefüllt sind, so daß der Temperaturverlauf unstetig wird, so genügt es vollkommen, die Temperaturen der inneren und äußeren Kugelschale zu bestimmen. Wählt man dabei die Temperaturdifferenz zwischen innerer und äußerer Begrenzung gering (rund 60°), so kann nach den Versuchen des Verfassers in diesem Temperaturbereich die Wärmeleitfähigkeit als linear von der Temperatur abhängig angesehen werden und zur Auswertung kann Gl. (4) benützt werden. Die so erhaltene Zahl ist dann nach obigem sehr genau die Wärmeleitfähigkeit bei der mittleren Temperatur von innerer und äußerer Kugeltemperatur.

b) Das Material wird in Würfelform untersucht.

Viele technische Isolierstoffe kommen im Handel in der Form von parallelepipedischen Steinen vor. Solche Stoffe werden zur Untersuchung zu einem Würfel zusammen geschichtet. Der Würfel wird an seiner Oberfläche auf gleicher Temperatur erhalten und birgt in seinem Mittelpunkte eine punktförmige Heizquelle von der Ergiebigkeit Q WE. Im stationären Zustand wird wieder das Temperaturfeld experimentell abgetastet, um daraus dann die Wärmeleitzahl zu bestimmen.

Es werde zunächst gleichbleibende Wärmeleitfähigkeit k im ganzen Würfel von der Kantenlänge $2a$ angenommen.

Der Pol des rechtwinkligen Achsenkreuzes falle mit dem Würfelmittelpunkte zusammen, und die Achsrichtungen stehen auf den Würfelseiten senkrecht.

Die gesuchte Temperaturverteilung t im Würfel muß dann folgende Bedingungen erfüllen:

1) Die Temperatur muß die Differentialgleichung der Wärmeleitung[1]) befriedigen:

$$\Delta^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

2) An der Oberfläche des Würfels soll t zu null werden:

$$\left.\begin{matrix} x = \pm a \\ y = y \\ z = z \end{matrix}\right\} t = 0 \qquad \left.\begin{matrix} x = x \\ y = \pm a \\ z = z \end{matrix}\right\} t = 0 \qquad \left.\begin{matrix} x = x \\ y = y \\ z = \pm a \end{matrix}\right\} t = 0\,^2).$$

3) Im Würfelmittelpunkt muß nach Gl. (2) die Temperatur t unendlich werden.

4) Die Temperatur muß proportional der im Innern erzeugten Wärme Q und umgekehrt proportional der Wärmeleitzahl k des Materiales sein.

Zur Berechnung von t setze ich diese Größe aus zwei Summanden zusammen:

$$t = t_1 + t_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9\,\mathrm{a}).$$

t_1 sei gleich $\frac{C}{r}$

$$t_1 = \frac{C}{r},$$

wobei C eine Konstante sei, während r der Abstand eines Punktes im Würfel vom Mittelpunkt ist. t_1 stellt (wie der Vergleich mit Gl. (2) lehrt) die kugelförmige Temperaturverteilung dar, die in der Umgebung des Poles bei sehr großen Würfelabmessungen eintritt, und t_2 gibt die Abweichungen von der konzentrischen Temperaturverteilung an. t_2 muß folglich in der Nähe des Poles unveränderlich werden.

$t_1 = + \frac{C}{r}$ genügt der Differentialgleichung (9), so daß auch t_2 diese befriedigen muß und als erste Bedingung für t_2 erhalten wird

$$\Delta^2 t_2 = 0.$$

Damit t an der Würfeloberfläche null wird, muß t_2 dort den Wert $-\frac{C}{r}$ annehmen.

Aus Symmetriegründen folgt, daß t_2 in den drei Koordinaten symmetrisch ist. Man setzt[3])

$$t_2 = t' + t'' + t''',$$

welche Summanden folgenden Bedingungen genügen mögen:

1)		$\Delta^2 t' = 0$	$\Delta^2 t'' = 0$	$\Delta^2 t''' = 0$
2)	$x = \pm a$, $y = y$, $z = z$	$t' = -\frac{C}{r}$	$t'' = 0$	$t''' = 0$
3)	$x = x$, $y = \pm a$, $z = z$	$t' = 0$	$t'' = -\frac{C}{r}$	$t''' = 0$
4)	$x = x$, $y = y$, $z = \pm a$	$t' = 0$	$t'' = 0$	$t''' = -\frac{C}{r}$.

[1]) Vergl. z. B. H. Lorenz, Technische Wärmelehre 1904 S. 468.

[2]) Ist beim Versuch die Oberflächentemperatur von null verschieden, so ist zu $t_{(x\,y\,z)}$ diese Größe zu addieren.

[3]) Stockes, Math. and phys. Papers 1880 Bd. 1 S. 592.

Durch diese Annahmen wird erreicht, daß die Lösung t die gegebenen Bedingungen erfüllt. Blos an den 12 Würfelkanten wird die Temperatur nicht null, sondern $\frac{C}{r}$, da dort t_2 null wird. Da aber bis in unendliche Nähe an die Kanten heran die gewünschte Oberflächentemperatur vorhanden ist, so wird durch die mit Temperatur belegten Kanten das Temperaturfeld im Würfel nicht beeinflußt. Denn nimmt man an, ein die Kante einschließender Zylinder von der Dicke $2r_0$ habe die endliche Temperatur t, und die Temperatur in der Entfernung 1 von der Kante werde auf 0° gehalten, so fließt von der Längeneinheit der Achse die Wärme

$$Q = \frac{2\pi k t}{\log \frac{1}{r_0}}$$

ab. Läßt man die Dicke des Zylinders bis zu null abnehmen, so wird Q bei endlichem t zu null, so daß also bei der angenommenen Temperaturverteilung keine Wärme von der Kante in den Würfel einströmt.

Bestimmung von t'.

Zur Integration der Differentialgleichung unter den gegebenen Grenzbedingungen wurde die Methode der partikulären Integrale benützt, die darin besteht, daß die Lösung aus einer unendlichen Reihe von partikulären Lösungen additiv zusammengesetzt wird, deren jede eine oder mehrere willkürliche Konstante enthält, die aus den Grenzbedingungen bestimmt werden.

t' hat folgenden Bedingungen zu genügen:

$$\begin{aligned}
&1)\quad \Delta^2 t' = 0\\
&2)\quad \left.\begin{matrix} x = \pm a \\ y = y \\ z = z \end{matrix}\right\} \quad t' = -\frac{C}{r}\\
&3)\quad \left.\begin{matrix} x = x \\ y = \pm a \\ z = z \end{matrix}\right\} \quad t' = 0\\
&4)\quad \left.\begin{matrix} x = x \\ y = y \\ z = \pm a \end{matrix}\right\} \quad t' = 0.
\end{aligned}$$

Man setzt willkürlich:

$$t' = \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} A_{\mu,\nu} \operatorname{Cof} \lambda \pi x \cos \frac{2\mu+1}{2a} \pi y \cos \frac{2\nu+1}{2a} \pi z \quad . \quad . \quad (10).$$

Hierbei durchlaufen μ und ν die Reihe der positiven ganzen Zahlen von null bis unendlich. Bedingung 3) und 4) werden durch Gl. (10) ohne weiteres befriedigt. Damit Bedingung 1) erfüllt wird, muß sein

$$\lambda^2 = \left(\frac{2\mu+1}{2a}\right)^2 + \left(\frac{2\nu+1}{2a}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Für die Bestimmung der Beiwerte $A_{\mu,\nu}$ ist noch die Bedingung 2) zu erfüllen. Setzt man in Gl. (10) $x = a$, also $r = \sqrt{a^2 + y^2 + z^2}$, so muß sein

$$-\frac{C}{\sqrt{a^2+y^2+z^2}} = \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} A_{\mu,\nu} \operatorname{Cof} \lambda \pi a \cos \frac{2\mu+1}{2a} \pi y \cos \frac{2\nu+1}{2a} \pi z \quad . \quad (10a).$$

Zur Bestimmung von $A_{\mu,\nu}$ multipliziert man nach Fourier[1]) Gl. (10a) beiderseits mit

$$\cos\frac{2\mu_1+1}{2a}\pi y \cos\frac{2\nu_1+1}{2a}\pi z$$

und integriert über die ganze Seitenfläche $x = a$. Ein Summand der rechten Seite lautet dann

$$A_{\mu,\nu}\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\pi a \int_{-a}^{+a}\int_{-a}^{+a} \cos\frac{2\mu+1}{2a}\pi y \cos\frac{2\mu_1+1}{2a}\pi y \cos\frac{2\nu+1}{2a}\pi z \cos\frac{2\nu_1+1}{2a}\pi z\, dy dz.$$

Solange μ und μ_1 bez. ν und ν_1 verschieden sind, wird das Doppelintegral null. Ist $\mu = \mu_1$ und $\nu = \nu_1$, so geht es über in

$$\int_{-a}^{+a}\int_{-a}^{+a} \cos^2\frac{2\mu_1+1}{2a}\pi x \cos^2\frac{2\nu_1+1}{2a}\pi y\, dy dz = a^2.$$

Es fallen also nach der Multiplikation und Integration auf der rechten Seite der Gl. (10a) alle Glieder weg mit Ausnahme des mit dem Faktor A_{μ_1,ν_1} behafteten Summanden. Der Beiwert A_{μ_1,ν_1} wird also, wenn man für μ_1 und ν_1 wieder die allgemeinen Koeffizienten μ, ν einführt

$$A_{\mu,\nu} = -\frac{C}{a^2\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\pi a}\int_{-a}^{+a}\int_{-a}^{+a} \frac{\cos\frac{2\mu+1}{2a}\pi y \cos\frac{2\nu+1}{2a}\pi z}{\sqrt{a^2+y^2+z^2}}\, dy dz \quad . \quad . \quad (12).$$

Diese Beiwerte wurden teils durch Reihenentwicklung, teils graphisch berechnet.

Damit ist die Funktion t' bis auf die Konstante C den gestellten Bedingungen gemäß bestimmt. Für t'' und t''' erhält man die entsprechenden Werte durch Vertauschen der Koordinaten.

Der Beiwert C wird aus der Bedingung 4) für t (S. 18) bestimmt. In der Umgebung des Poles wird die Funktion t_2 konstant, siehe S. 18, so daß dort die Temperaturverteilung hyperbolischen Charakter annimmt und deshalb t nach der für die Kugel abgeleiteten Formel 2 verläuft und C den Wert

$$C = \frac{Q}{4\pi k} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

annimmt.

Die Temperaturverteilung im Würfel wird dann durch folgenden Ausdruck dargestellt

$$\begin{aligned} t = \frac{Q}{4\pi k}\Bigg[\frac{1}{r} &+ \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty}\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} A_{\mu,\nu}\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\pi x \cos\frac{2\mu+1}{2a}\pi y \cos\frac{2\nu+1}{2a}\pi z \\ &+ \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty}\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} A_{\mu,\nu}\cos\frac{2\mu+1}{2a}\pi x\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\pi y \cos\frac{2\nu+1}{2a}\pi z \\ &+ \sum_{\mu=0}^{\mu=\infty}\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} A_{\mu,\nu}\cos\frac{2\mu+1}{2a}\pi x \cos\frac{2\nu+1}{2a}\pi y\,\mathfrak{Cof}\,\lambda\pi z\Bigg] \quad . \quad . \quad (14) \end{aligned}$$

oder kürzer geschrieben

$$t = \frac{Q}{4\pi k}B \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15).$$

[1]) Fourier, a. a. O. S. 133 u. f.

Die Reihe konvergiert ziemlich schnell, so daß zur Ausrechnung nur wenige Glieder nötig sind. Die Konstanten wurden soweit berechnet, daß die Genauigkeit der Rechnung der Beobachtungsgenauigkeit beim Versuch entspricht.

Bei der Lösung der Differentialgleichung ist vorausgesetzt, daß die Heizquelle punktförmig ist. Bei der experimentellen Ausführung nimmt die Quelle endliche Abmessungen an, wobei der Heizkörper konstante Oberflächentemperatur erhält. Man hat also seine Oberfläche nach einer Niveaufläche auszubilden, damit die berechnete Temperaturverteilung mit der beim Versuch entstehenden übereinstimmt.

Deshalb ist zunächst die Gestalt der Niveauflächen zu untersuchen. Es geschieht dies am einfachsten dadurch, daß man die Abweichungen des tatsäch-

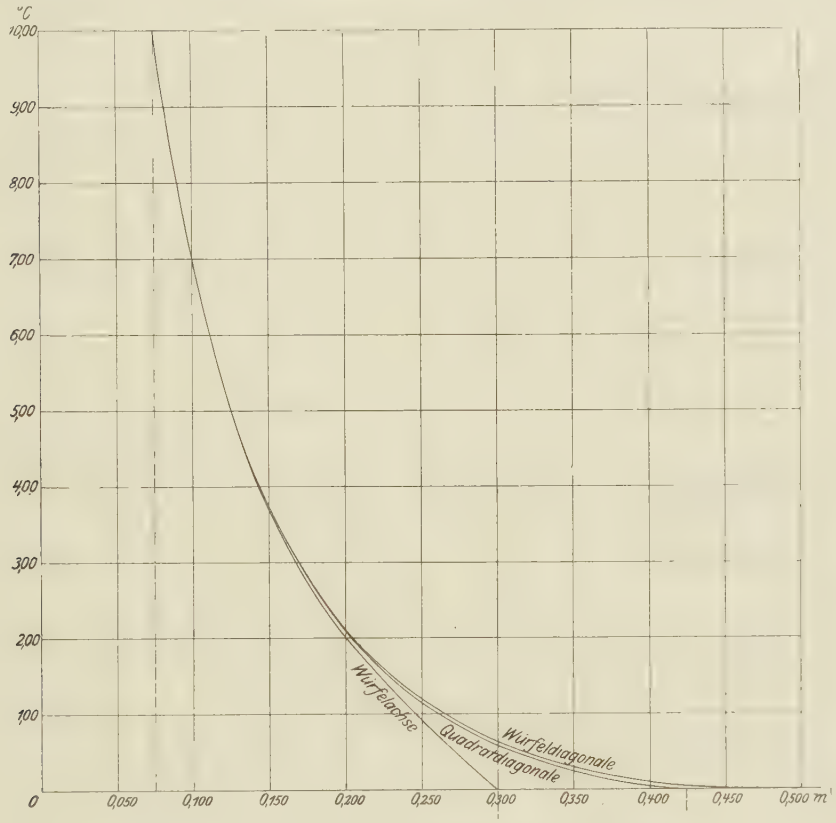

Fig. 1. Theoretischer Temperaturverlauf im Würfel.

lichen Temperaturverlaufes von dem kugelförmigen feststellt, also den Summanden t_2 in Gl. (9a) berechnet. Diese Abweichungen liegen zwischen zwei Grenzen. Sie werden am größten auf der Würfelachse und am geringsten auf der Würfeldiagonale. In Fig. 1 sind die Temperaturen t für $C = 1$ (in welchem Falle $t = B$ ist) abhängig von der Entfernung des Punktes vom Würfelmittelpunkt aufgetragen und zwar für die Würfelachse, die Quadratdiagonale in der xy-Ebene und für die Würfeldiagonale. Man ersieht daraus, daß bei 0,075 m Abstand vom Pol die Temperaturen in den verschiedenen Richtungen noch vollkommen identisch sind, bei 0,1 m Abstand ist der Unterschied zwischen höchster und tiefster Temperatur auf der Kugelfläche erst 1,4 vT der Uebertemperatur und erreicht erst bei 0,15 m Abstand mit 8 vT Abweichung die Größenordnung der

Meßgenauigkeit. Es kann also die Heizquelle unbedenklich als Kugel ausgeführt werden. Der Durchmesser der die Heizquelle einschließenden Kupferkugel betrug bei den Versuchen 0,15 m, fiel also noch vollkommen mit einer Niveaufläche zusammen.

Es sei nun ausgeführt, wie obige rechnerisch gewonnenen Ergebnisse bei der Auswertung der Beobachtungen eines Versuches verwendet werden. Sind beim Versuch die Temperaturdifferenzen im Würfel klein, so daß man die Wärmeleitfähigkeit als konstant annehmen kann, so geschieht die Auswertung der Versuchszahlen in folgender Weise.

Nach der Formel 15

$$t = \frac{Q}{4\pi\lambda} B$$

kann jede im Würfel gemessene Temperatur zur Berechnung der Wärmeleitzahl benützt werden. t ist in Gl. (15) die in einem Punkt gemessene Temperatur über Oberflächentemperatur, Q die Heizung pro Zeiteinheit, r der Abstand der Meßstelle vom Würfelmittelpunkt und B eine von den Würfelabmessungen und der Lage der Meßstelle abhängige Konstante, die aus Fig. 1 entnommen wird.

Bei den Versuchen ergab sich, daß die Wärmeleitzahl stark mit der Temperatur veränderlich ist, und es wäre nun die Temperaturverteilung im Würfel zu bestimmen bei Annahme einer gesetzmäßigen Abhängigkeit der Wärmeleitzahl von der Temperatur. Die Differentialgleichung der Wärmeleitung geht dann in folgende über

$$\frac{dk(t)}{dt}\left[\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2\right]+k(t)\,\Delta^2 t=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

Gl. (16) ist nicht linear, so daß die Methode der partikulären Lösungen zu ihrer Integration nicht anwendbar ist. Es gelingt zwar durch nachstehend angegebene Einführung einer Näherung den Temperaturverlauf durch eine dreifach unendliche Reihe festzulegen. Sie ist aber für praktische Zwecke nicht brauchbar, da sie schwach konvergiert. Es sei deshalb nur der eingeschlagene Weg beschrieben.

Man nimmt konstante Wärmeleitfähigkeit im Würfel an und trägt deren Veränderlichkeit dadurch Rechnung, daß man sich im ganzen Würfel Wärmequellen verteilt denkt. Zur näherungsweisen Berechnung der Ergiebigkeit dieser Quellen ersetzt man die Temperaturverteilung durch die bei radialer Wärmeströmung (wie sie bei der Kugel genau, bei dem Würfel nur näherungsweise stattfindet) und veränderlichem k eintretende. Diese Temperaturverteilung kann leicht durch Integration von Gl. (1b) gewonnen werden, wenn man darin k als Funktion der Temperatur einsetzt. Ist k_0 die für den Würfel konstant gesetzte Wärmeleitzahl, so ist die gesuchte Ergiebigkeit in einem Punkt des Würfels

$$q = -k_0\,\Delta^2 t(r) = -k_0\left(\frac{\partial^2 t(r)}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial t(r)}{\partial r}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17),$$

und die Differentialgleichung der gesuchten Temperaturverteilung im Würfel geht über in

$$k_0\,\Delta^2 t = -q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18),$$

worin q die aus Gl. (17) erhaltene bekannte Funktion des Ortes ist.

Die Näherung dieser Rechnung besteht also darin, daß die Wärmeleitzahl auf zum Würfelmittelpunkt konzentrischen Kugeln konstant gesetzt wird. Aus Fig. 1 ist ersichtlich, daß für die bei den Versuchen gewählte höchste Temperatur von 550° (in 0,075 m Abstand vom Mittelpunkt) die größten Abweichungen

im Würfel von der konzentrischen Temperaturverteilung 18° betragen. Es wird also bei der Näherungsrechnung einem Punkt statt der seiner Temperatur zugehörigen Wärmeleitzahl eine für eine maximal um 18° davon verschiedene Temperatur zugeschrieben.

Die Integration von Gl. (18) kann auf zwei Wegen geschehen.

Verlegt man bei der Integration der Differentialgleichung (9) unter den gegebenen Bedingungen die Heizquelle in einen beliebigen Punkt des Würfels, so ist die Lösung die Green'sche Funktion[1]) für den Würfel und der Green'sche Satz liefert nach einmaliger Integration die gesuchte Temperaturverteilung für den Würfel.

Einen zweiten Weg für die Lösung von Gl. (18) für die Bedingung gleichbleibender Oberflächentemperatur besteht in der Entwicklung beider Seiten der Gleichung in eine trigonometrische Reihe.

Die Versuche des Verfassers wurden wie folgt ausgewertet.

Innerhalb einer Kugelfläche von ungefähr 30 cm Dmr. kann die Bestimmung von k nach der Methode der Kugel geschehen, da, wie Seite 21 gezeigt ist, innerhalb dieser Kugel, Kugelflächen als Niveauflächen angesehen werden dürfen.

Für Punkte mit größerer Entfernung vom Würfelmittelpunkt wurde die Formel (15) benützt, die für gleichbleibende Wärmeleitzahl streng gilt. Der hieraus gewonnene Wert derselben wurde dann dem Temperaturmittel zwischen Oberflächentemperatur und der in dem zur Ausrechnung herangezogenen Punkte gemessenen Temperatur zugeordnet. Für die kugelförmige Temperaturverteilung wurde dieses Verfahren für genau befunden, siehe Seite 17, unter Annahme linearer Abhängigkeit des k von t. Es ist zweifellos, daß dieses Verfahren auch für den Würfel genau genug richtig ist. Die Versuche bestätigten diese Annahme vollkommen, indem die für ein Material aus den verschiedenen Beharrungszuständen erhaltenen Kurven für die Abhängigkeit des k von t sich überdeckten.

B) Beschreibung der Versuchseinrichtung.

Bei der experimentellen Ausführung wird das Material in den Hohlraum zwischen zwei konzentrisch gelagerte Metallgefäße gebracht. Das innere Gefäß ist kugelförmig und enthält den elektrisch gewärmten Heizkörper. Die äußere Begrenzung bildet, je nach der Beschaffenheit des Isolierstoffes, eine Zinkblechkugel oder ein doppelwandiger, eiserner Würfel, der mit Wasser gekühlt wird. Es wird Beharrungszustand in der Isolierung abgewartet und das Temperaturfeld in ihr durch Thermoelemente gemessen.

a) Die innere Begrenzung.

Die innere Heizkugel hatte bei den Versuchen einen Durchmesser von 15 cm. Dieses Maß war zunächst bestimmt durch die experimentelle Ausbildung des Heizkörpers, den diese Kugel einschließt. Den Durchmesser größer zu wählen, ist nicht ratsam, da einerseits damit die Schwierigkeit wächst, gleichbleibende Oberflächentemperatur auf der Heizkugel zu erhalten. Andererseits wächst nach Gl. (2) Seite 15 die zur Erzeugung einer bestimmten Temperatur auf der Innenkugel nötige Heizung bei sonst gleichen Verhältnissen angenähert

[1]) Riemann-Weber, Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, 1900 Bd. 1 S. 232.

proportional mit dem Durchmesser. Aus unter b) zu besprechenden Gründen ist es aber zweckmäßig, die Heizung möglichst klein zu machen. Eine Verkleinerung des Durchmessers der Heizkugel verursacht zunächst Schwierigkeiten in der Konstruktion des Heizkörpers. Da ferner nach Gl. (2) mit abnehmendem Durchmesser die Temperatur der Kugel angenähert umgekehrt proportional dem Halbmesser wächst, so wird das Temperaturgefälle so steil, daß eine genaue Temperaturmessung ausgeschlossen ist. Die Heizkugel bestand aus $1^1/_2$ mm starkem Kupferblech; sie war nach einem größten Kreise geschnitten und beide Teile wurden durch einen innen liegenden Bajonettverschluß verbunden, so daß die Oberfläche völlig glatt blieb. Die gute Wärmeleitung des Kupfers gewährte vollkommen gleiche Temperaturverteilung auf der Fläche, was für den Versuch Grundbedingung ist. Messungen ergaben, daß die Differenzen innerhalb der Meßgenauigkeit lagen.

b) Die äußere Begrenzung.

Die äußere Oberfläche des Materiales wurde entweder durch eine weitere Kugelschale oder durch einen Würfel gebildet.

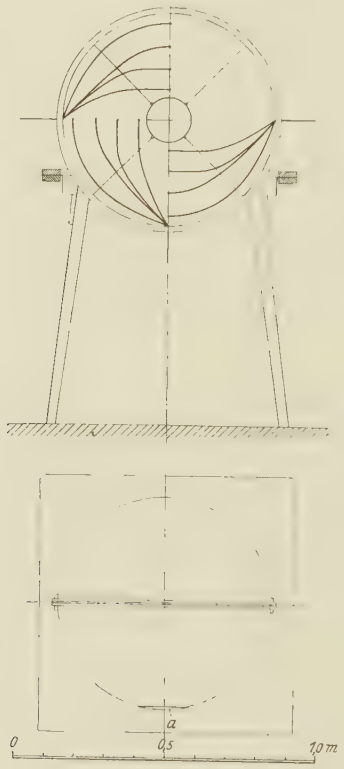

Fig. 2. Versuchskugel.

Die zweiteilige Kugel, siehe Fig. 2, bestand aus Zinkblech von 1 mm Stärke. Die in einem größten Kreise gelegene Schnittfuge trug an jeder Schale einen Bordring, der durch einen angenieteten Eisenreif verstärkt war. Die Flansche wurden durch Kopfschrauben verbunden und durch eine dazwischen liegende, mit Talg eingefettete Hanfschnur gedichtet. Die eine Halbkugel hatte oben eine Oeffnung von 10 cm Dmr., die durch einen Deckel verschließbar war. Sie diente

zum Einfüllen des Materiales. Die benützten Kugeln hatten 60 cm bezw. 70 cm Dmr. Je größer die Kugel gemacht wird, desto genauer wird das Ergebnis. Die benützte große Ausführung befriedigte alle Ansprüche an das Ergebnis, ohne die Behandlung des Apparates wegen seines großen Umfanges und Gewichtes zu beeinträchtigen. Die kleinere Kugel wurde lediglich bei Stoffen benützt, deren Füllung für die große Kugel zu kostspielig gewesen wäre. Die Versuche zeigten auch, daß die Genauigkeit von Versuchen mit der kleinen Kugel, der bei der größeren etwas nachsteht. Damit der Temperatursprung zwischen Kugeloberfläche und Luft möglichst klein wurde, waren die Kugeln mit matter Oelfarbe bestrichen. Diese Temperaturdifferenz darf nicht zu groß werden, weil sonst die Wärmeabgabe durch Luftkonvektion an den verschiedenen Stellen der Kugeloberfläche verschieden ausfällt, und damit eine Grundbedingung des Versuches, nämlich die konstante Oberflächentemperatur, nicht erfüllt wird. Aus diesem

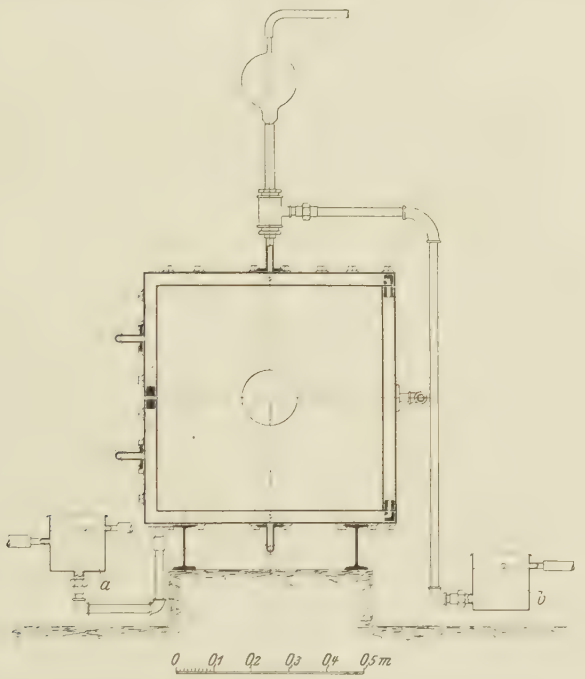

Fig. 3. Versuchswürfel.

Grunde ist es auch nötig, die Heizung möglichst klein zu wählen. Die größte Uebertemperatur der Kugeloberfläche betrug 1,5° C. Hierbei wurden an verschiedenen Punkten der Kugeloberfläche noch vollkommen identische Temperaturen gemessen.

Bei der Untersuchung mancher Stoffe, z. B. von Steinen, ist es zweckmäßiger, die äußere Materialoberfläche durch einen Würfel zu bilden, der künstlich auf gleicher Temperatur gehalten wird. Letzteres geschieht am einfachsten durch ein Wasserbad. Der Würfel wurde durch einen dreiteiligen, doppelwandigen Blechkasten gebildet, dessen Teile durch Kopfschrauben zusammengehalten wurden, siehe Fig. 3. Ein Teil umfaßte drei Würfelseiten, wärend die beiden andern gleichen Stücke je $1^1/_2$ Würfelflächen bildeten. Letztere ließen zwischen sich eine 1 cm starke Fuge frei, durch welche die Drähte der Thermoelemente in das Würfelinnere geführt wurden. Die einzelnen Teile bestanden aus 3 mm

starkem Eisenblech; der Mantel wurde durch dazwischen genietete, 3,0 cm starke Stabeisen gebildet. Um guten Wasserumlauf zu haben, kommunizierten die einzelnen Teile durch Bohrungen im Rahmen. Diese Bohrungen deckten sich an den Berührungsflächen der einzelnen Teile und wurden durch Gummidichtungen gedichtet. Das Kühlwasser, der städtischen Wasserleitung entnommen, wurde in den Boden des Kastens geleitet und floß durch den Deckel ab. Am Würfel waren noch Rohrleitungen angebracht, die gestatteten, den Seitenflächen getrennt Wasser zuzuführen. Es genügte aber schon erstere Einrichtung zur Erreichung gleichbleibender Oberflächentemperatur. Um zu verhindern, daß durch etwaige Undichtheiten des Blechkastens Wasser in die Isolierung gelangt, wurde das Wasser im Mantel unter Unterdruck gesetzt. Der Wassermantel bildete einen Heber, in den das Wasser aus dem Gefäße *a*, siehe Fig. 3, einfloß und ins Gefäß *b* herausfloß. In die Leitung war ein Ventil eingeschaltet zur Regelung der Durchflußmenge. Die Niveaudifferenz des Spiegels in den Gefäßen *a* und *b* betrug 10 cm. Durch kleine Undichtheiten kam Luft in den Kasten, die in einem aufgeschraubten Glasballon aufgefangen und durch eine Wasserstrahlpumpe entfernt wurde. Ein- und Ausflußtemperatur des Wassers wurde durch 2 in Fünftelgrade geteilte Thermometer gemessen.

Bei Vorversuchen wurde durch angelötete Thermoelemente festgestellt, daß die Temperatur der inneren Oberfläche des Kastens vollkommen gleichmäßig war.

c) Der Heizkörper.

Die im Mittelpunkte des Materiales gelagerte Kupferkugel enthielt den elektrischen Heizkörper, dem die Spannung einer Akkumulatorenbatterie von 110 Volt durch $1^1/_2$ mm starke, isolierte Kupferdrähte zugeführt wurde. Für kleine Leistungen und niedrige Temperaturen genügten im Handel erhältliche Glühlampen sehr gut, sie dürfen nur nicht an normale Spannung gelegt werden. An halber Spannung erreichten sie selbst bei Umgebungstemperaturen von 200° C viele Brennstunden. Für höhere Temperaturen wurden Heizkörper aus Widerstandsdraht hergestellt. Auf ein Glimmerkreuz wurde ein mit Hartglasröhrchen isolierter Nickelindraht von 0,4 mm Stärke gewickelt. Die Drahtenden führten zu Klemmschrauben, die im Innern der Kupferkugel, durch Glimmer isoliert, befestigt waren und an welchen die kupfernen Zuleitungsdrähte endeten. Der Widerstand dieser Heizkörper betrug 40 bis 50 Ω. Bei Temperaturen der Kupferkugel bis 500° C konnten diese Heizkörper mit 1 bis 1,3 Amp. belastet werden, ohne Schaden zu leiden. Die Widerstandsänderungen des Nickelindrahtes waren sehr gering, so daß leicht auf konstante Heizung einreguliert werden konnte. Bei stärkerer Belastung und höherer Temperatur brannte der Nickelindraht durch, so daß für diese Zwecke Heizkörper aus Platindraht angefertigt werden mußten, die dann allen Ansprüchen genügten. Der benützte Draht hatte 0,25 mm Dmr. und 5,0 bezw. 5,3 m Länge. Die starke Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur ist für die Regelung auf konstante Heizung nicht gut, hat aber den praktischen Vorteil, daß man daraus die Drahttemperatur berechnen kann.

Der Strom wurde einer Akkumulatorenbatterie entnommen, die ausschließlich für Versuchszwecke zur Verfügung stand. Es war unmöglich, die Spannung des städtischen Netzes zu benützen, da sie zu großen Schwankungen unterworfen ist und die Methode für Spannungsschwankungen sehr empfindlich ist. Strom und Spannung wurden mit einem Millivolt- und Amperemeter bezw. einem Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske gemessen (siehe Fig. 4). Die Meß-

instrumente waren durch Kompensation mit einem von der physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüften Normal-Westonelement geeicht worden. Die Heizleistung wurde durch vor die Heizkörper geschaltete Widerstände reguliert. Zur groben Regelung dienten Glühlampenwiderstände und zur genauen Ein-

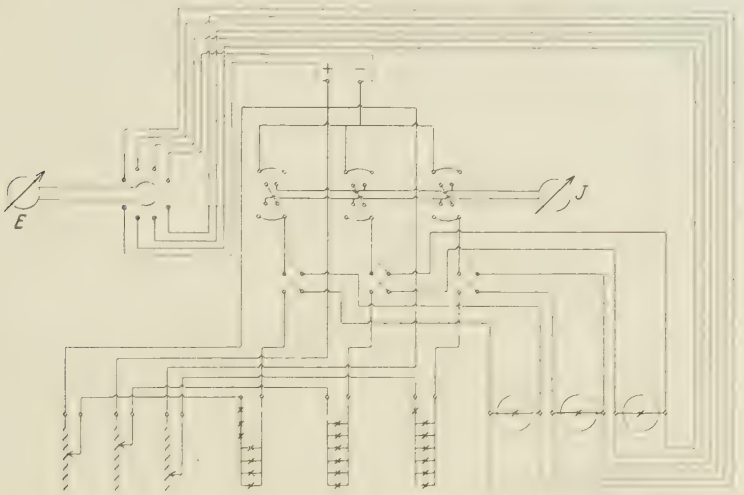

Fig. 4. Schaltungsschema der elektrischen Heizung.

regulierung auf gleichbleibende Heizenergie wurde ein auf einen Holzrahmen isoliert aufgewickeltes Nickelinplätt benützt. Alle Heizleitungen waren an ein Schaltbrett angeschlossen, welches für gleichzeitige Speisung von drei Versuchsapparaten eingerichtet war, siehe Schaltungsschema Fig. 4.

d) Temperaturmessung mit Thermoelementen und theoretische Betrachtungen über den Einbau derselben.

Die Temperatur in den einzelnen Punkten des Materiales wurden mit Thermoelementen bestimmt. Es wurden 56 Elemente aus Eisen-Konstantan benützt. Die Drähte hatten 0,8 mm Durchmesser, waren ungefähr 2 m lang und an einem Ende hart verlötet. Die Lötstellen hatten eine lineare Ausdehnung von 1 bis $1^1/_2$ mm. Beim Löten wurde darauf gesehen, daß eine unnötige Erhitzung der Drähte vermieden wurde, die alle einem Drahtvorrat entnommen waren. Der Konstantandraht war mit Seide umsponnen und wurde, wie auch der Eisendraht, mit Zaponlack bestrichen. Zur weiteren Isolierung waren Kautschukschläuche über die Drähte geschoben. Elemente für Temperaturen über 80° wurden mit Glasperlen oder Glasröhrchen auf die nötige Länge isoliert.

Sämtliche Elemente konnten durch Quecksilberumschalter der Reihe nach in einen Stromkreis mit der für alle Elemente gemeinsamen zweiten Lötstelle, die in schmelzendem Eis immer auf 0° C gehalten wurde, und dem als Meßinstrument dienenden Zeigergalvanometer geschaltet werden, siehe Schaltungsschema Fig. 5. Diese Umschalter bestanden aus Kupfernäpfchen, die durch angelötete Kupferstreifen mit den Messingklemmen *a* verbunden waren, in welche die Drahtenden der Elemente eingeklemmt wurden. Zwei kupferne Rinnen *b* waren mit je einer Klemme versehen, an welche die zweite Lötstelle *c* und das Galvanometer *d* angeschlossen wurden. *a* und *b* waren in der aus Fig. 5 ersichtlichen Anordnung in einem hölzernen Kasten durch Paraffin isoliert gelagert; Rinnen und Näpfchen wurden mit Quecksilber gefüllt. Durch einen

isolierten Schalthebel *e* konnte jedes Element ans Galvanometer geschaltet werden. Als Strom messendes Instrument wurde ein Zeigergalvanometer nach Déprez-d'Arsonval von Keiser & Schmidt, Berlin (später ein solches von Siemens & Halske, Berlin), mit einem Meßbereich von 9 (bezw. 16) Millivolt benützt. Zur Messung hoher Temperaturen wurde dem Galvanometer der Widerstand *f* vorgeschaltet. Durch Schirme wurde dafür gesorgt, daß der Umschalter durch Wärmequellen nicht bestrahlt wurde, damit die Klemmen gleiche Temperatur hatten.

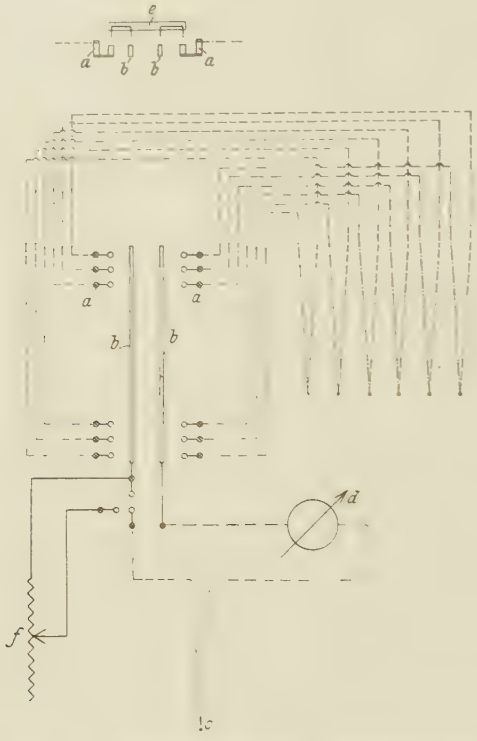

Fig. 5. Schaltungsschema der Thermoelemente.

Die Vorversuche zeigten, daß man bei der Temperaturmessung mit Thermoelementen mit großer Vorsicht vorgehen muß. Man hat zu prüfen, ob die Lötstelle wirklich die zu messende Temperatur hat. Bei falscher Benützung des Elementes wird nämlich durch die Drähte soviel Wärme abgeführt, daß in der Umgebung der Lötstelle eine merkliche Temperatursenkung entsteht und um diese Temperatursenkung ist dann die Temperaturmessung zu niedrig. Es wurde durch besondere Versuche festgestellt, daß es genügte, wenn die Drähte der benützten Thermoelemente von der Lötstelle ab 1,5 cm noch in Material geführt sind, das die zu messende Temperatur hatte. Bei den Versuchen wurde das dadurch erreicht, daß man die Thermoelemente tangential zu der durch die Meßstelle gelegten Kugelfläche lagerte. Bei einem Vorversuche zeigten zwei in Kieselguhr eingebettete Thermoelemente aus Eisen-Konstantan, von denen das eine tangential und das andere radial gelegt war, 116,3° bezw. 74,9° C an. Das radial gelagerte Thermoelement gab also eine um 41,4° C zu kleine Temperatur an. Bei einem Versuche mit einem Kupfer-Konstantan-Elemente zeigte die Lötstelle noch viel zu niedrig an, obwohl die Drähte 2 cm auf der durch die Lötstelle gelegten Niveaufläche geführt waren. Das Temperaturgefälle in der Kieselguhr betrug dabei 4000° C für 1 m.

Die Temperaturmessung mit dem Thermoelement in Wärmeisolatoren wird noch durch folgende physikalische Erscheinung beeinflußt. Mißt man die Thermospannung des Elementes durch Strommessung, so ist dieser Vorgang thermodynamisch als reversibler Prozeß aufzufassen[1]). Es wird dabei auf umkehrbarem Wege Wärme von der heißen Lötstelle nach der kalten transportiert und dabei äußere Arbeit gewonnen. Es sei Q die an der heißen Lötstelle T zugeführte Wärme, q die an der kalten Lötstelle t abgeführte Wärme und L die gewonnene äußere Arbeit, die in den Windungen W der Galvanometerspule in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Nimmt man an, daß die thermoelektrische Spannung ihren Sitz lediglich an den Lötstellen hat, so ist nach dem II. Hauptsatz die Thermospannung proportional der Temperaturdifferenz der Lötstellen, was für die benützten Elemente nahezu zutrifft. Es ist also

$$E = \alpha(T-t)$$

und die geleistete Arbeit

$$L = \frac{\alpha^2(T-t)^2}{W}.$$

Nach dem ersten Hauptsatz ist

$$Q-q = L;\ q = Q - \frac{\alpha^2(T-t)^2}{W}$$

und nach dem zweiten Hauptsatz

$$\frac{Q}{T} - \frac{q}{t} = 0,$$

also

$$Q = \frac{\alpha^2(T-t)}{W} T.$$

Diese Wärme muß an der heißen Lötstelle dem Thermoelement zugeführt werden, wodurch im umgebenden Material eine Temperatursenkung entsteht, die aus Formel (2), S. 15, berechnet werden kann, wenn man voraussetzt, daß der Lötstelle die Wärme Q von allen Seiten gleichmäßig zuströmt. Die Ausrechnung ergibt, daß bei der Messung einer Temperatur von 400° C diese Temperatursenkung nur 0,1° C beträgt, also zu vernachlässigen ist.

Da neuerdings die Temperaturmessung mit Thermoelementen, namentlich zur Messung von Oberflächentemperaturen, in der Technik vielfach Anwendung findet, sei eine theoretische Betrachtung über die bei der Messung von Oberflächentemperaturen durch die Wärmeableitung längs der Drähte veranlaßten Fehler angeführt.

Erstmalig hat R. Wagner[2]) versucht, diese Temperaturerniedrigung rechnerisch zu verfolgen.

Wagner betrachtet den Temperaturverlauf in einem zylindrischen Kupferstab von 2 cm Durchmesser und 40 cm Länge, der an einem Ende auf 100° erwärmt wird, während das andere Ende dauernd auf 0° C gehalten wird. An seinem Umfange gibt der Stab Wärme an die Umgebung ab. In der Mitte des Stabes ist ein Thermoelement angelötet. Um die Temperatursenkung, die an der Lötstelle nach dem Anbringen des Thermoelementes entsteht, zu berechnen, denkt sich Wagner aus dem Versuchsstab einen Zylinder herausgeschnitten vom Querschnitt q, siehe Fig. 6, die der zitierten Arbeit entnommen ist. Wagner nimmt bei der Berechnung an, daß die durch das Thermoelement abgeleitete Wärme gleichmäßig über dem ganzen Querschnitt q des Teilstabes verschwindet,

[1]) Clausius, Die mechanische Wärmetheorie 1879 Bd. II S. 185.

[2]) R. Wagner, Diss. Zürich 1902.

dessen Dicke er willkürlich wählt. Er begeht hierbei den grundsätzlichen Fehler, daß er annimmt, die durch das Thermoelement abgeführte Wärme ströme der Lötstelle nur in einer Richtung zu. Außerdem setzt Wagner für den Wärmeübergang vom Elementendraht an Luft einen viel zu kleinen Wert ein[1]).

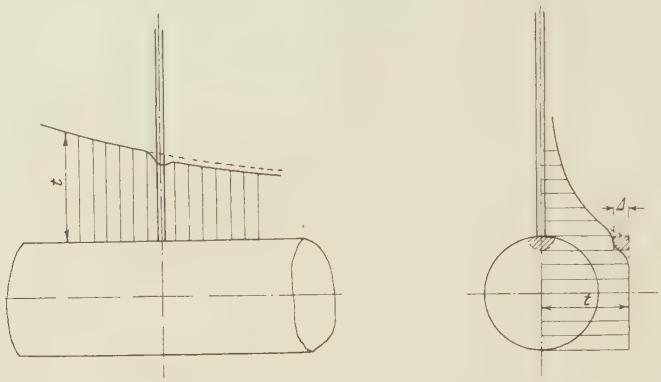

Fig. 6.

Um die Verhältnisse klar zu überschen, werde ein möglichst einfacher Fall betrachtet.

Ein unendlich ausgedehnter, an seiner Vorderseite eben begrenzter Körper vom Wärmeleitvermögen k und der gleichbleibenden Temperatur T sei an dieser Vorderfläche vollkommen isoliert gedacht, so daß durch sie keine Wärme fließe. An einer Stelle dieser Fläche werde nun ein dünner Draht von der Wärmeleitzahl k_1 und dem Halbmesser r_0 angelötet. Die Umgebungstemperatur sei null Grad und die Wärmeübergangszahl von dem Draht an Luft sei α. Es soll nun die Temperatursenkung berechnet werden, die nach dem Anlöten des dünnen Drahtes an der Lötstelle entsteht.

Es werde die schon vielfach bewiesene[2]) Annahme gemacht, daß die Temperatur im Draht über dem Querschnitt gleich sei. Sie sei an der Lötstelle t_0. Dann ist die durch den Draht abfließende Wärme[3])

$$Q = t_0 \sqrt{2 \alpha k_1 r_0^3 \pi^2}.$$

Diese Wärme ist gleich der durch die Lötstelle aus dem großen Körper heraustretenden. Um diese aus T und t_0 und der Wärmeleitfähigkeit des Körpers berechnen zu können, muß zunächst die Temperaturverteilung in dem Körper bestimmt werden. Diese ist identisch mit der Potentialverteilung einer elektrisch geladenen Kreisscheibe vom Durchmesser $2 r_0$, welche bekannt ist zu[4])

$$q = \frac{m}{a} \int_0^\infty e^{-\alpha z} \frac{\sin \alpha a}{\alpha} J(\alpha r) d\alpha,$$

wobei m die Ladung der Scheibe, $a = r_0$ deren Radius, z und r die Koordinaten und J die Besselsche Funktion 0. Ordnung ist. q ist proportional $(T - t_0)$. Die Flächendichte der Ladung

[1]) Nach Versuchen von Forbes, Preece, Cardani, Bottomley und Kennelly ist die Wärmeübergangszahl α für dünne Drähte von 0,01 bis 3,0 mm Dmr. ungefähr umgekehrt proportional dem Durchmesser des Drahtes. Als Mittelwert kann man setzen $\alpha = \frac{0{,}02}{r}$ WE st^{-1} m^{-2} °C. Diese Versuche sind ausführlich in dem Buch von Teichmüller a. a. O. erwähnt.

[2]) L. Ott, Mitteilungen über Forschungsarbeiten 1906 Heft 35 u. 36 S. 59.

[3]) Fourier, a. a. O. S. 41.

[4]) Riemann-Weber, a. a. O. S. 326 f. Bd. 1.

$$\sigma = \frac{m}{2\pi a \sqrt{a^2 - r^2}}$$

ist dem Potentialgefälle proportional, welches im vorliegenden Problem der Wärmeleitung dem Temperaturgefälle senkrecht zur Kreisscheibe entspricht. Die Integration des Temperaturgefälles senkrecht zur Scheibe über ihre Fläche liefert die durch sie strömende Wärme

$$Q = 4 r_0 k (T - t_0).$$

Setzt man beide Werte für Q einander gleich, so erhält man die gesuchte Temperatursenkung an der Lötstelle

$$(T - t_0) = \Delta t = \frac{T \sqrt{\frac{\alpha k_1 r_0 \pi^2}{8 k^2}}}{1 + \sqrt{\frac{\alpha k_1 r_0 \pi^2}{8 k^2}}}$$

die eintritt, wenn man an den großen Körper von der Temperatur T einen dünnen Draht anlötet. Setzt man für α den in Fußnote[1]) Seite 30 angegebenen Wert ein, so wird

$$\Delta t = \frac{T \sqrt{\frac{0{,}02\, k_1 \pi^2}{8 k^2}}}{1 + \sqrt{\frac{0{,}02\, k_1 \pi^2}{8 k^2}}}.$$

Die Wärmeableitung durch die Drähte des Thermoelementes ist also unabhängig vom Durchmesser und wird auch bei sehr dünnen Drähten nicht vermieden, wie vielfach angenommen wird.

Beispiel: $T = 100^0$ C.

α) Der Körper bestehe aus Eisen und der Draht aus Eisen

$$\Delta t = 2{,}2^0,$$

β) Der Körper bestehe aus Kupfer und der Draht aus Eisen

$$\Delta t = 0{,}37^0,$$

γ) Der Körper bestehe aus Kieselguhr der Draht aus Eisen

$$\Delta t = 91^0.$$

Diese Zahlen decken sich in der Größenordnung mit den Ergebnissen von Versuchen, die zu ihrer Prüfung vorgenommen wurden. So wurde z. B. ein hohler Eisenzylinder[1]) auf 100^0 erhitzt und durch ein angelötetes Thermoelement aus 0,6 mm starken Eisen- und Konstantandrähten die Temperatur seiner Oberfläche gemessen. Das Element zeigte um 2^0 zu wenig. Es wurde dann gut mit Watte isoliert, worauf sich die richtige Temperaturangabe einstellte. Ein in Staniol gewickeltes und an den Zylinder angebundenes Thermometer zeigte bei einem anderen Versuche ebenfalls eine zu niedrige Temperatur an $24{,}7^0$ statt $27{,}0^0$ bei 10^0 Umgebungstemperatur.

Man kann also die Temperatur der Oberfläche heißer Metallkörper mit Thermoelementen nur dann genau messen, wenn die Drähte des Elementes vorzüglich gegen Wärmeabgabe isoliert sind und für eine innige Berührung gesorgt wird, was nur durch Anlöten erreicht werden kann. Die Messung der Oberflächentemperatur von Wärmeisolatoren, z. B. bei Dampfleitungen, mit Thermo-

[1]) Siehe Seite 76 u. f. und 85.

elementen muß als nicht geeignet bezeichnet werden[1]). Das gelingt nur genau durch Messung der Temperatur in der Isolierschicht selbst und Extrapolation an die Oberfläche.

Bei den Versuchen des Verfassers wurden deshalb die Thermoelemente immer so gelagert, daß die an die Lötstelle grenzenden Drahtstücke noch einige cm auf der durch die Meßstelle gehenden Niveaufläche lagen. Zur Kontrolle ihrer Angaben wurden bei einem Versuche Widerstandsthermometer in die Kugel eingebaut. Sie bestanden aus 0,3 mm starkem Platindraht von 3,10 m bezw. 2,20 m Länge. Die Enden der Drähte waren mit je 2 m langen und 1 mm starken Nickelindrähten verlötet, die zu den Klemmen einer Wheatstone'schen Brücke führten. Die Drähte waren mit Glasperlen und Gummischläuchen isoliert. Diese Widerstandspyrometer wurden in zum Kugelmittelpunkt konzentrischen Kreisen ins Material eingebettet. Die Nickelindrähte wurden noch ungefähr 1 dm auf dem Kreise gelagert und dann zur Meßbrücke geführt. Durch Vorversuche war festgestellt worden, daß die Widerstandsänderung des Nickelindrahtes mit der Temperatur in die Meßgenauigkeit fiel, so daß die Widerstandsänderungen des Thermometers direkt die gewünschte Temperatur anzeigten. Die Angaben derselben bestätigen die Richtigkeit der Anzeigen der Thermoelemente.

e) Versuchsraum.

Grundbedingung für einen brauchbaren Versuch ist dessen Ausführung in einem Raum gleichbleibender Temperatur. Die Versuche wurden deshalb im Keller des Laboratoriums ausgeführt. Die Kugeln wurden in halber Höhe des Raumes in Holzrahmen gelagert, die mit Filz ausgeschlagen waren.

C) Durchführung der Versuche.

a) Eichung der Thermoelemente.

Meist wurden gleichzeitig drei Stoffe untersucht. Da für jede Kugel 14 bis 20 Thermoelemente benützt wurden, so wurde wegen der großen Anzahl von Messungen auf die genauere Nullmethode verzichtet und zur Messung der Thermospannung der Ausschlag am Galvanometer beobachtet. Der Eigenwiderstand des Elementes beeinflußt dabei den Ausschlag, so daß sämtliche Elemente empirisch geeicht wurden. Vor der Eichung wurde mehrere Tage lang durch die Elemente ein elektrischer Strom von ungefähr 1 Ampere geschickt, um sie künstlich zu altern.

Die Eichung bis 400° C geschah in einem kleinen mit Oel gefüllten und elektrisch geheizten Thermostaten. Die Lötstellen wurden direkt ins Oel gebracht, da sich gezeigt hatte, daß bei deren Lagerung in messingenen, dünnwandigen, am Boden mit Eisenpulver bedeckten Thermometerröhren die Lötstellen nicht die Temperatur des Oelbades annahmen, selbst wenn die Röhren 15 cm ins Oel eintauchten. Als Normalinstrument dienten von der Reichsanstalt geeichte, in Fünftelgrade geteilte Quecksilberthermometer, deren herausragender Faden mit dem Mahlke'schen Fadenthermometer[2]) korrigiert wurde. Die Eichung wurde in Stufen von 15° C vorgenommen. Einige Elemente wurden im Salpeterbad bis 600° geeicht. Wegen der elektrischen Leitfähigkeit des Salpeters konnten

[1]) K. Wilkens a. a. O. und Bolam & Grieve a. a. O.

[2]) J. Adam, Zeitschr. für Instrumentenkunde 1907 S. 101.

die Elemente nicht direkt ins Bad gesteckt werden. Sie wurden ans Thermometer gebunden, die Lötstellen in gleicher Höhe mit dem Quecksilbergefäß, und in ein mit Kupferspähnen gefülltes Reagensglas gebracht. Letzteres tauchte 12 cm ins Bad ein, das sich in einem emaillierten Eisengefäß von 1 ltr Inhalt befand und durch Bunsenbrenner geheizt wurde. Von 530° C ab wurde als Vergleichsthermometer ein von der Reichsanstalt geeichtes Platin-Platinrhodium-Thermoelement benützt.

Für Temperaturen bis 180° entsprachen einem Teilstrich des Galvanometers 2° C Temperaturunterschied, so daß also bei niederen Temperaturen auf 0,2° C genau abgelesen werden konnte. Bei der Messung höherer Temperaturen wurde Widerstand vor das Galvanometer geschaltet, wodurch die Empfindlichkeit abnahm. Bei 600° war 1 Teilstrich mit 6° C Temperaturänderung identisch.

Bei der Eichung und Benützung der Thermoelemente wurde streng darauf gesehen, daß die Klemmen des Umschalters durch keine Wärmequelle bestrahlt wurden. Desgleichen waren alle Drahtleitungen gut elektrisch isoliert.

Die Eichkurven der Elemente stimmten gut mit einander überein. Die Eichungen wurden im Laufe der Untersuchung öfters wiederholt, wobei eine Aenderung der Thermospannung nicht beobachtet wurde. Die Eisendrähte der Elemente rosteten stark im Laufe der Zeit, was jedoch ohne Einfluß blieb.

Die Meßgenauigkeit betrug erfahrungsgemäß 0,3 bis 0,5° C bei tiefen Temperaturen und 1 bis 1,5° C bei hohen Temperaturen. Wegen der Inhomogenität der bei den Versuchen benützten Stoffe war eine größere Genauigkeit der Temperaturmessung nicht anzustreben.

Die zur Prüfung der Angaben der Thermoelemente benützten Widerstandspyrometer wurden ebenfalls in dem oben erwähnten Oelthermostaten bis 400° geeicht. Der mit Glasperlen isolierte Widerstandsdraht wurde auf ein Glasrohr gewickelt und ins Oel gesteckt. Durch Vorversuche war festgestellt worden, daß das Oel auch bei 400° noch genügend isoliert, indem der Widerstand eines Nickelindrahtes einmal im Oel und ein anderes mal bei derselben Temperatur in Luft bestimmt wurde. Es ergab sich kein Unterschied. Ferner wurde geprüft, ob durch das Aufwickeln des Platindrahtes und nachherige Geradestrecken desselben eine Widerstandsänderung eintritt. Eine Aenderung wurde nicht beobachtet.

b) Füllung der Versuchskugel.

1) Der zu untersuchende Stoff ist pulverförmig.

Die kupferne Heizkugel hatte 6 kleine Oesen, durch welche sie mit 6 dünnen Eisendrähten an der äußeren Zinkkugel befestigt wurde, an welche deshalb ebenfalls kleine Oesen angelötet waren. Zuerst wurde die Kupferkugel durch die Drähte in der unteren Zinkhalbkugel zentrisch gelagert und hierauf letztere mit dem Material gefüllt. Dabei ist möglichst homogene Verteilung des Stoffes anzustreben und die bei der technischen Benützung des Isoliermaterials übliche Dichte zu wählen. Hierauf wurden in die Begrenzungsebene der Halbkugel die Thermoelemente eingebaut, siehe Fig. 2. Meist wurden 12 Elemente ins Material eingebettet, je 4 in drei Radien. Es erwies sich als zweckmäßig die innersten Elemente ungefähr 2,5 cm von der Kupferkugel entfernt anzubringen. Bei geringerem Abstand haben Fehler in der Entfernungsmessung einen zu großen Einfluß auf das Ergebnis, siehe Seite 15. Ebenso lagen die äußersten Elemente 3—4 cm vom Zinkblech entfernt, um Fehler in der genauen Kugelform der Umhüllung auszuschalten. Die zwischen liegenden Elemente

wurden äquidistant verteilt. Die Befestigung der Elemente geschah an dünnen Bindfäden, die in der Schnittebene gespannt waren, und an den oben erwähnten Eisendrähten. Dieses Verfahren hat sich sehr gut bewährt. Die Entfernung der Lötstellen von der Kupferkugel wurde immer beim Einbau des Materiales und nach dem Versuch gemessen, um etwaige Verschiebungen der Lötstellen festzustellen. Bei den hohen Temperaturen im Innern der Kugeln verkohlten natürlich die Bindfäden, aber die Thermoelemente behielten ihre Lage bei. Wie Seite 32 erörtert ist, wurden die Lötstellen so gelagert, daß die anschließenden Drahtstücke senkrecht zum Kugelradius durch die Lötstelle lagen. Die Drähte wurden durch Löcher in der Zinkhülle herausgeführt und an derem Rande fest angebunden. An die Kupferkugel und an die Innenfläche der Zinkkugel wurden ebenfalls Elemente angelötet.

Nach dem Einbau der Thermoelemente wurde die obere Zinkhalbkugel aufgeschraubt und der bleibende Hohlraum durch die Oeffnung *a*, siehe Fig. 2, eingefüllt, deren Deckel dann zugelötet wurde.

Die gefüllte Kugel wurde im Keller in dem Holzrahmen derart gelagert, daß die Teilebene der Kugel und damit die Elementenebene in die Schwererichtung fielen, um in der Kugel eintretende Luftströmungen feststellen zu können.

2) Das Material hat Zopfform.

Für viele technische Anwendungen wird das Isoliermaterial zu Zöpfen geflochten oder in dünnwandige Schläuche aus Asbestgewebe oder Leinen eingefüllt. Derartige Stoffe werden am zweckmäßigsten spiralförmig um die zur Schnittfuge der Kugel senkrechte Achse in die Halbkugel hinein gewickelt. Bei einem Versuche mit einem derartigen Stoff wurden Thermoelemente in der Wickelachse und in senkrecht dazu stehenden Radien angeordnet. Es wurde vollkommen zentrische Wärmeströmung beobachtet, ein Zeichen dafür, daß trotz des Wickelsinnes das Material in jeder Richtung die gleiche Wärmeleitfähigkeit hatte.

3) Das Material wird in fester Form untersucht.

Solche Stoffe wurden in die Halbkugeln einbetoniert, und zwar wurde die Trennungsfuge beider Teile 3 cm über dem Kugelmittelpunkt angebracht, damit die Lötstellen der Thermoelemente, die in der zum Schnitt parallelen Ebene durch den Kugelmittelpunkt gelagert wurden, im festen Material lagen. Für die Kupferkugel wurde in das Material eine passende Höhlung gegraben. Zur Aufnahme der Thermoelemente wurden senkrecht zur Schnittebene bis zur Mittelpunktsebene Löcher von 3 mm Dmr. gebohrt. Von den Löchern führten Rinnen die Drähte senkrecht zu dem durch den betreffenden Punkt gehenden Radius nach außen. Damit beide Kugelhälften sich innig berührten, wurde die untere Halbkugel mit einer einige Millimeter starken Schicht des gepulverten Materiales bedeckt. Bei dieser Anordnung ist es ziemlich schwierig, die Kugeln vollkommen trocken zu erhalten. Es ist besser, aus dem Material parallelepipedische Steine zu formen und sie in folgender Weise zu untersuchen.

4) Das Material kommt zu Steinen geformt in den Handel.

Die Steine wurden in den würfelförmigen Blechkasten geschichtet. Sie wurden dicht aneinander gefügt und etwaige kleine Fugen mit dem gepulverten Material ausgefüllt. Es wurde ferner dafür gesorgt, daß nie zwei Fugen direkt übereinander lagen. Zur Aufnahme der im Würfel zu lagernden Heizkugel

wurden Steine entsprechend ausgehöhlt. Man wird natürlich die Messung der Temperatur im Würfel nicht an beliebigen Stellen des Würfels ausführen, da die Festlegung der Koordinaten der Meßstelle sehr schwierig wäre. Bei den Versuchen des Verfassers wurde die Temperaturverteilung in dem horizontalen Schnitt durch den Würfelmittelpunkt gemessen, und zwar in zwei Würfelachsen und einer Quadratdiagonale. Die Lagerung der Thermoelemente wurde durch Anbohren bezw. Zerschneiden der Steine so vorgenommen, daß eine sichere Bestimmung der Lage der Thermoelemente möglich war. Die Drähte der Elemente wurden auf Niveauflächen durch die Lötstelle abgeführt. An die Kupferkugel und an mehrere Stellen der Blechumhüllung waren ebenfalls Thermoelemente angelötet.

c) Eigentlicher Versuch.

Nachdem die Kugel bezw. der Würfel im Keller aufgestellt waren (siehe Fig. 7 und 8), wurde die elektrische Heizung in der für den Beharrungszustand

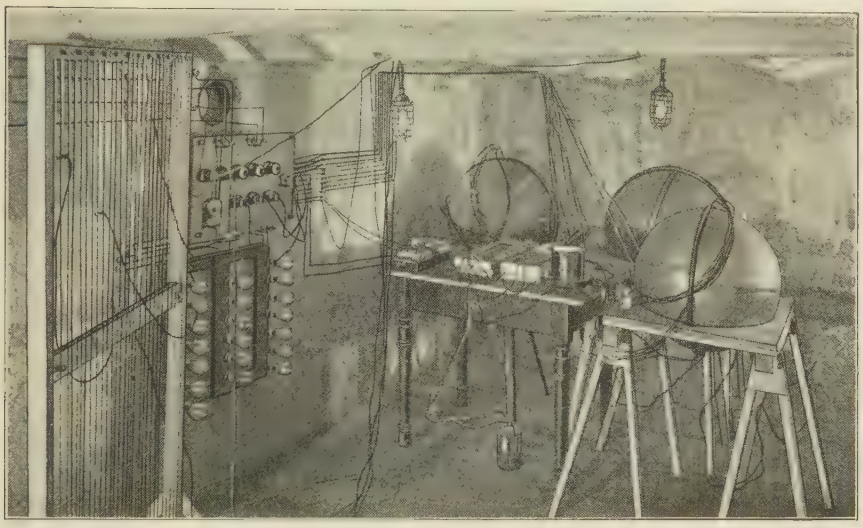

Fig. 7.

gewünschten Stärke eingeschaltet. Beim Würfel wurde gleichzeitig die Wasserkühlung in Tätigkeit gesetzt, die so geregelt wurde, daß die Temperatursteigerung des Wassers im Würfel nur Bruchteile eines Grades erreichte. Zu Beginn des Versuchs hatte die ganze Isolierung Umgebungstemperatur. Der größte Teil der im Innern erzeugten Wärme diente zunächst zur Erwärmung der um die Kupferkugel gelagerten Materialschichten, und nur ein geringer Bruchteil der Heizung wurde durch die Ummantelung des Materiales an die Umgebung abgegeben. Nach 1 bis 2 Tagen kehrte sich dieses Verhältnis um, fast die gesamte erzeugte Wärme wurde an die Umgebung abgeführt, und nur geringe Bruchteile der Heizung dienten zur Temperaturerhöhung im Material. Täglich drei Mal wurden sämtliche Temperaturen abgelesen, um die Annäherung an den Beharrungszustand und zuletzt diesen selbst zu beobachten. Die Heizleistung wurde beständig auf einen bestimmten Wert einreguliert. Die Umgebungstemperatur wurde an mehreren im Keller aufgehängten Thermometern abgelesen.

Die Dauer des einzelnen Versuches hing von der Zeit ab, in welcher sich der Beharrungszustand im Material einstellte. Sie schwankte bei den einzelnen

Versuchen zwischen 2 und 8 Tagen und ist hauptsächlich bedingt durch Wärmeleitzahl und spezifische Wärme[1]) des Materiales.

Der Beharrungszustand wurde meist einen Tag lang beobachtet.

Für jedes Material wurden mehrere Beharrungszustände bei verschiedener Heizung, also verschiedener Höchsttemperatur im Material, untersucht. Auf diese Weise wurde die Temperatur der Kupferkugel zwischen 60° und der für das betreffende Material zulässigen höchsten Temperatur verändert. Um zu prüfen, ob das Material durch die Erwärmung auf die hohe Temperatur Veränderungen erlitten hatte, wurde an Beharrungszustände bei hoher Innentemperatur wieder solche mit geringer Heizung angeschlossen.

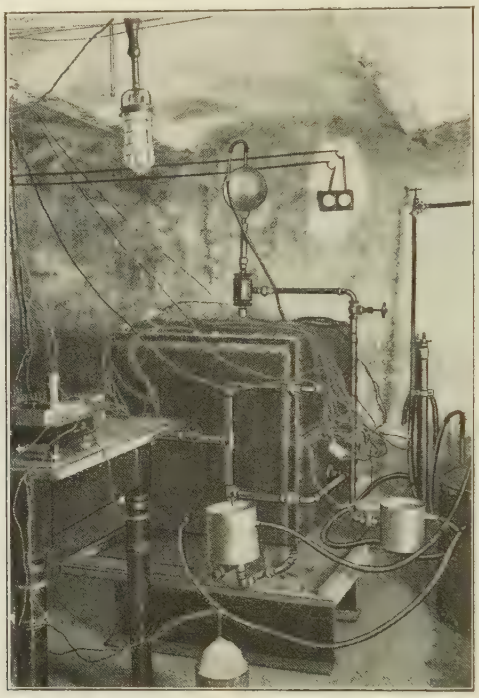

Fig. 8.

Um einen Anhalt zu gewinnen, in welchem Maße das lose, also noch Lufträume enthaltende Material zusammengedrückt worden war, wurde die Kugel nach der Füllung gewogen. Dividiert man das Gewicht G durch das Volumen V der Kugel, so erhält man eine Größe $d = \frac{G}{V}$, welche beim Vergleiche verschiedener Untersuchungen desselben Materiales verwendbar ist. Der Kürze halber ist die Größe d in Folgendem als Dichte bezeichnet, obgleich sie selbstverständlich mit der physikalisch streng definierten Dichte nicht identisch ist.

d) Auswertung der Versuche und Versuchsberichte.

Die Verwertung der Beobachtungszahlen geschah nach dem im Abschnitt II A erläuterten Verfahren auf zeichnerischem Wege. In den beifolgenden Schaubildern Fig. 9 bis 28 angefügten Zahlentafeln sind für jedes untersuchte Material

[1]) Aus den Beobachtungen des veränderlichen Temperaturzustandes kann die sog. Temperaturleitfähigkeit (s. Riemann-Weber, Die partiellen Differentialgleichungen, a. a. O. II S. 82) des Materials berechnet werden, woraus sich mit der aus dem Beharrungszustand gewonnenen Wärmeleitzahl und der Dichte die spezifische Wärme ergibt.

Kieselguhr, lose geschichtet.

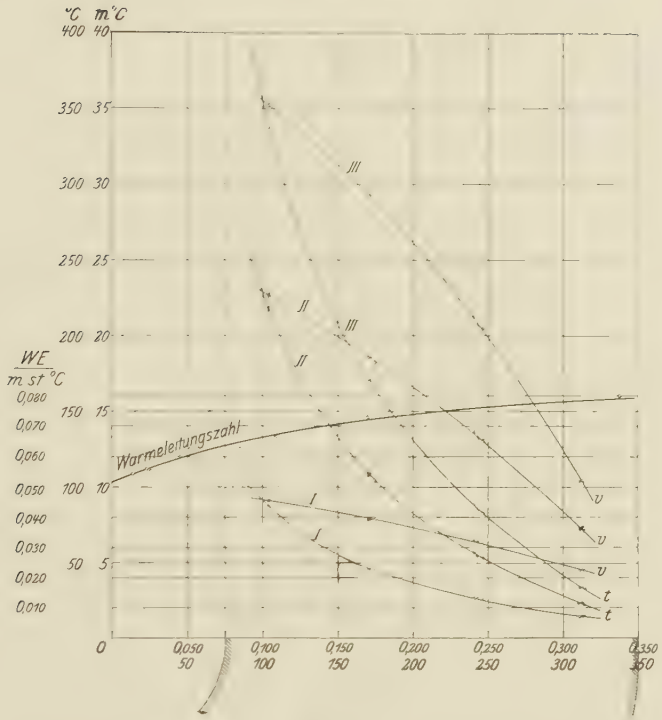

Fig. 9.

Zeit	Beharrungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m										Lufttemperatur °C	Heizung WE st
		Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3				
		0,1045	0,175	0,2435	0,314	0,1705	0,241	0,3115	0,104	0,172	0,247	0,313	
27. Febr. 06	I	87,1	44,8	26,2	14,4	45,8	26,6	14,4	87,2	45,9	25,2	14,5	8,0	8,63
6. März 06	II	218,2	104,1	54,2	22,4	108,5	56,3	23,1	217,2	108,9	52,9	23,4	7,85	25,38
13. » 06	Ia	87,8	44,7	26,0	13,7	46,0	26,5	14,0	87,4	46,0	25,3	14,1	8,0	8,66
19. » 06	IIa	216,9	103,7	54,3	22,7	107,8	56,3	23,3	215,9	108,0	53,0	23,4	8,4	25,40
27. » 06	III	338,4	163,8	85,0	32,7	170,8	88,2	33,3	337,5	170,5	82,9	33,2	9,6	42,90
1. April 06	IIb	218,3	104,5	54,3	22,4	108,8	56,5	23,0	216,8	108,9	53,2	23,0	8,0	25,35

Kieselguhr, gebunden.

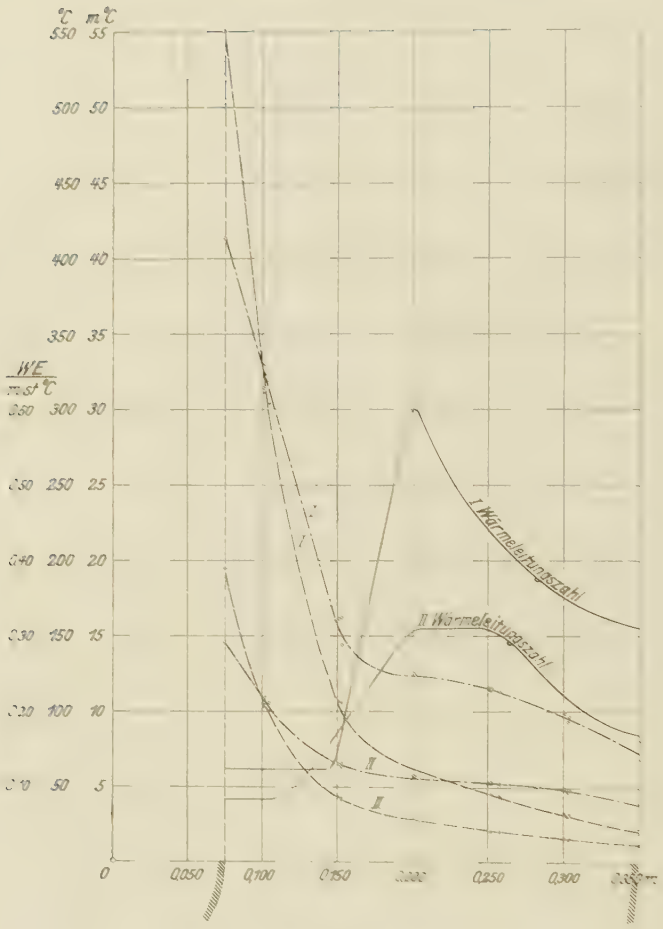

Fig. 10.

Zeit	Belastungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m	Halbmesser 1			Halbmesser 2			Halbmesser 3			Lufttemperatur °C	Heizung WE
			0,102	0,151	0,201	0,251	0,301	0,350	0,101	0,153	0,202	0,252	0,303	0,350	0,105	0,153	0,205	0,258	0,304	0,075		
27. 2. 07	I		323,2	106,7	62,1	45,7	32,9	19,6	311,0	106,0	61,6	45,5	30,7	22,8	303,7	93,8	58,9	43,9	32,0	550	7,2	101,5
3. 3. 07	II		107,2	43,2	28,5	20,8	16,2	11,3	103,0	42,8	28,3	21,0	15,5	12,9	100,5	41,0	26,8	20,3	16,0	195	7,3	26,4

Gebrannter Kieselguhrformstein.

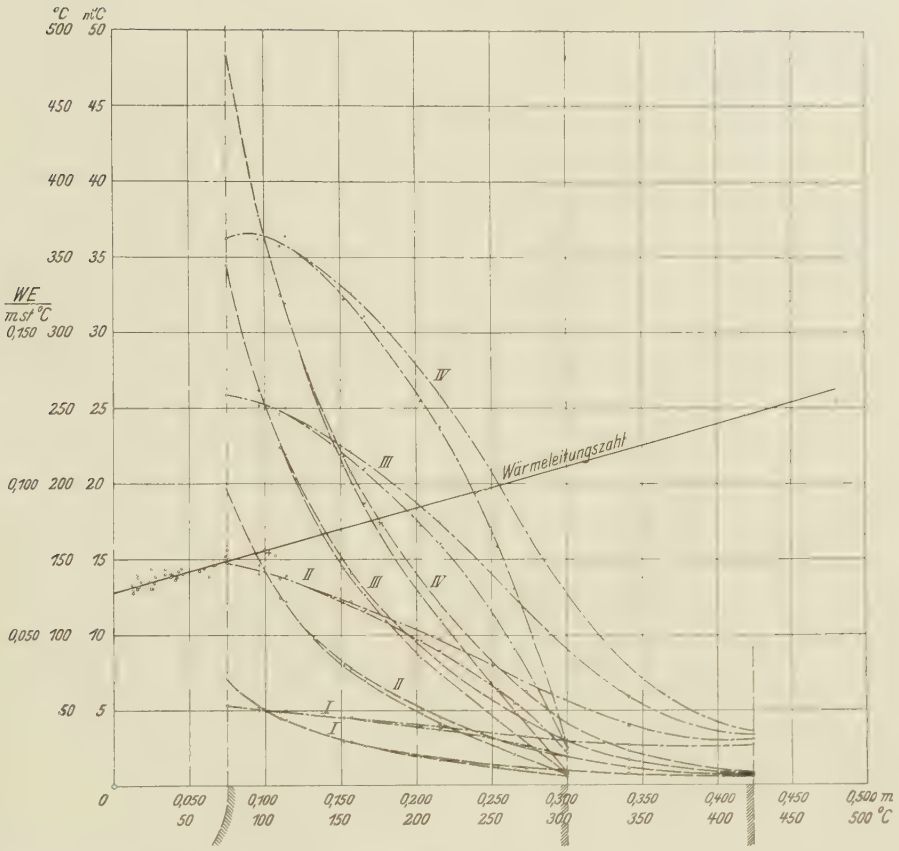

Fig. 11.

Zeit	Beharrungs-zustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Würfelmittelpunkt in m: Würfelachse 1				Würfelachse 2				Quadratdiagonale						Oberflächen-temperatur °C	Heizung WE st
		0,096	0,152	0,203	0,254	0,114	0,166	0,216	0,265	0,110	0,157	0,216	0,273	0,341	0,075		
3. 3. 07	I	52,1	29,7	19,4	12,0	43,6	26,2	17,1	10,2	44,7	28,9	18,3	11,9	7,9	70,9	6,4	5,41
7. 3. 07	II	145,7	79,4	47,4	25,3	121,8	69,6	41,3	20,5	124,5	77,7	45,1	24,9	11,6	196,6	7,3	17,64
11. 3. 07	III	262,0	143,8	84,7	43,0	219,2	126,6	74,1	34,1	223,6	140,8	80,9	42,6	17,2	344,4	8,0	35,4
14. 3. 07	IV	377,3	211,9	125,6	62,3	319,3	187,2	110,0	49,3	324,7	207,8	119,8	62,0	23,2	483,0	8,5	56,1
18. 3. 07	Ia	52,7	29,7	19,2	11,7	44,5	26,6	17,2	10,1	45,3	29,3	18,5	11,6	7,8	71,8	6,4	5,46

Isolierkomposition, geschichtet.

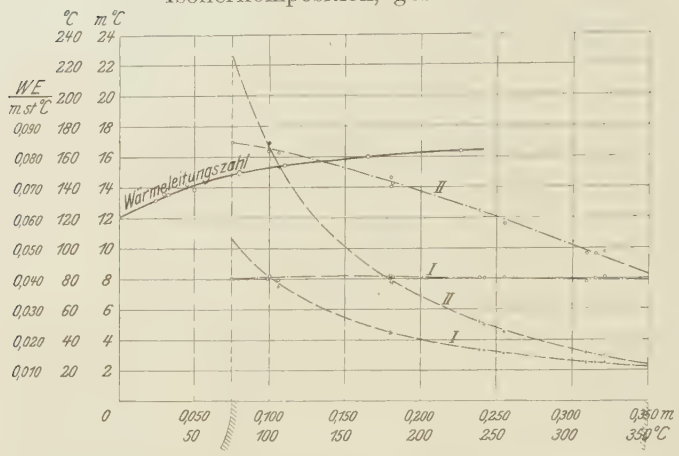

Fig. 12.

Zeit	Beharrungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m													Lufttemperatur °C	Heizung WE / st
		Halbmesser 1				Halbmesser 2				Halbmesser 3						
		0,106	0,180	0,239	0,309	0,099	0,180	0,242	0,315	0,100	0,181	0,255	0,321	0,075		
4. 8. 06	I	73,4	44,7	33,7	25,9	80,0	43,8	33,2	26,2	80,7	44,2	32,1	26,3	104,5	22,0	7,53
10. 8. 06	II	153,2	81,2	52,3	31,8	165,5	78,1	50,1	30,8	169,0	78,8	45,7	30,6	226,0	21,2	18,75
17. 8. 06	Ia	76,7	46,7	34,2	24,9	83,1	45,6	33,4	24,6	84,4	45,9	31,4	24,3	109,5	20,5	7,70

Isolierkomposition, gebunden.

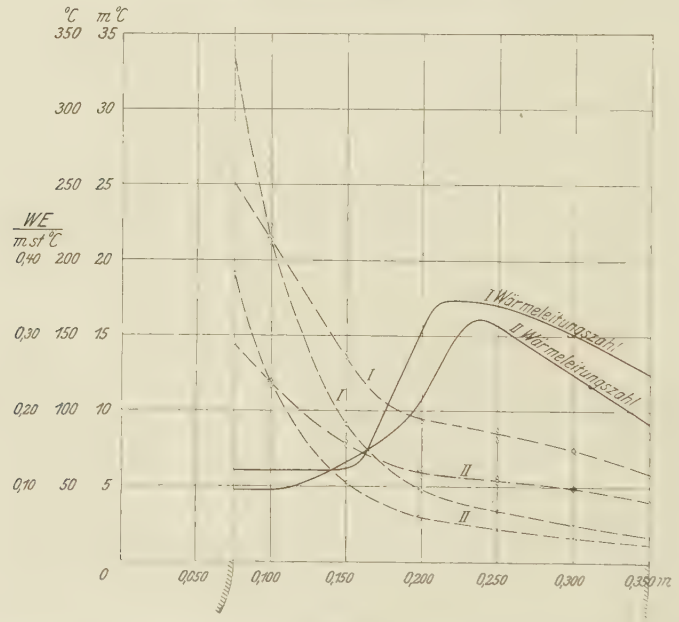

Fig. 13.

Zeit	Beharrungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m															Lufttemperatur °C	Heizung WE / st
		Halbmesser 1					Halbmesser 2					Halbmesser 3						
		0,098	0,150	0,200	0,250	0,302	0,100	0,198	0,250	0,300	0,350	0,100	0,150	0,250	0,300	0,350	0,075	
11. 3. 07	I	224,3	92,0	46,4	33,3	24,0	222,5	48,7	35,0	24,8	16,4	214,7	90,1	35,0	24,8	17,0	342	7,5	56,8
15. 3. 07	II	120,4	53,0	28,0	21,2	15,9	119,9	30,8	22,4	16,5	11,4	114,0	51,5	22,0	16,5	11,3	192	7,5	27,2

Asbest.

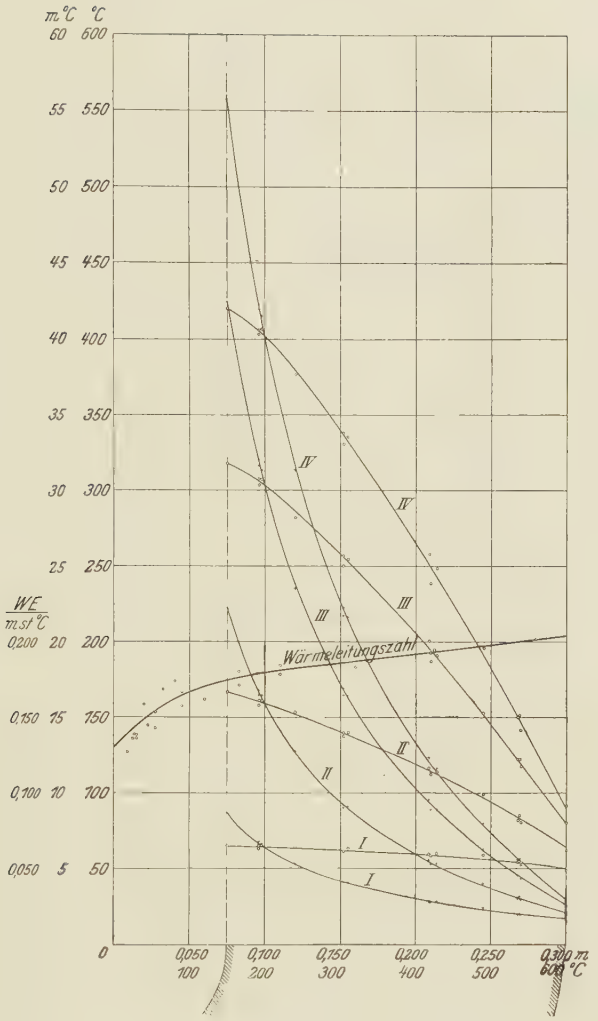

Fig. 14.

Zeit	Beharrungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m														Widerstandsthermometer		Lufttemperatur °C	Heizung WE / st
		Halbmesser 1				Halbmesser 2				Halbmesser 3						r	r		
		0,096	0,155	0,214	0,269	0,098	0,152	0,210	0,270	0,096	0,152	0,209	0,268	0,075	0,300	0,120	0,245		
7. 5. 06	I	65,2	38,3	25,5	18,2	64,0	38,3	25,5	17,7	62,9	38,5	26,3	18,0	83,3	14,3	51,0	22,1	11,6	14,35
10. 5. 06	II	167,2	90,4	52,7	31,1	163,7	90,5	52,2	29,1	163,7	91,4	55,1	30,1	221,2	20,0	127,3	40,0	13,7	42,56
14. 5. 06	Ia	68,8	41,7	29,0	20,0	67,5	41,7	28,7	20,5	66,7	41,6	28,8	20,3	87,7	16,9	54,1	25,4	15,0	15,26
17. 5. 06	IIa	168,9	91,7	54,0	32,2	165,5	90,9	53,5	30,6	165,8	92,9	56,7	31,2	223,4	21,5	128,6	41,1	14,9	42,82
20. 5. 06	III	320,6	164,4	89,2	45,7	313,4	164,4	89,0	43,5	316,4	169,0	95,8	45,7	424,0	26,7	235,1	62,5	14,5	86,72
23. 5. 06	Ib	68,1	40,7	27,5	20,0	66,6	40,6	27,3	19,7	65,6	40,7	28,4	20,0	87,2	15,7	53,7	23,7	13,0	14,34
27. 5. 06	IV	423,0	216,7	116,3	56,5	415,0	217,5	113,5	52,3	420,0	222,5	123,5	56,0	560,0	30,4	313,7	80,0	14,6	119,5
31. 5. 06	Ic	70,0	43,7	30,8	23,2	68,9	43,5	30,3	22,2	68,4	43,5	30,6	22,1	91,1	18,2	56,2	26,2	16,1	14,28

Rheinischer Bimskies.

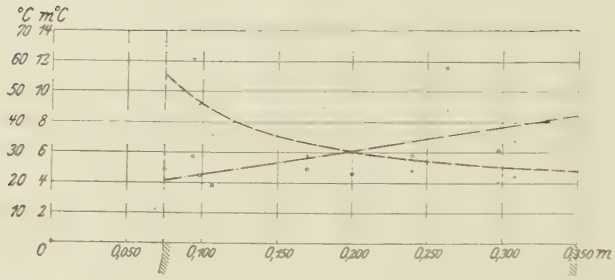

Fig. 15.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m												Lufttemperatur °C	Heizung WE st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2				Halbmesser 3					
	0,094	0,181	0,263	0,325	0,098	0,170	0,240	0,308	0,107	0,200	0,297	0,075		
8. 8. 06	60,8	50,2	44,0	34,7	45,6	29,1	24,0	22,3	35,7	23,1	20,8	65,0	21,0	7,42

Hochofenschaumschlacke.

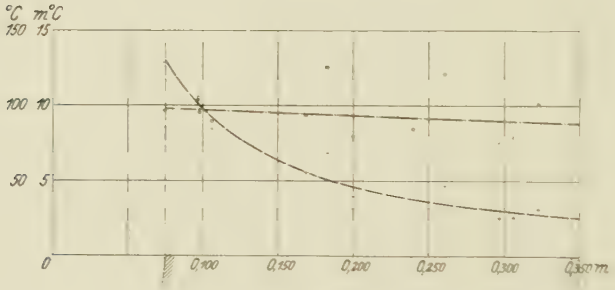

Fig. 16

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m												Lufttemperatur °C	Heizung WE st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3						
	0,097	0,183	0,261	0,323	0,106	0,200	0,297	0,098	0,169	0,240	0,306	0,075		
15. 8. 06	108,3	68,4	46,3	31,1	84,4	39,7	25,5	97,2	55,3	35,1	25,8	128,6	20,7	11,9

Schlackenbeton.

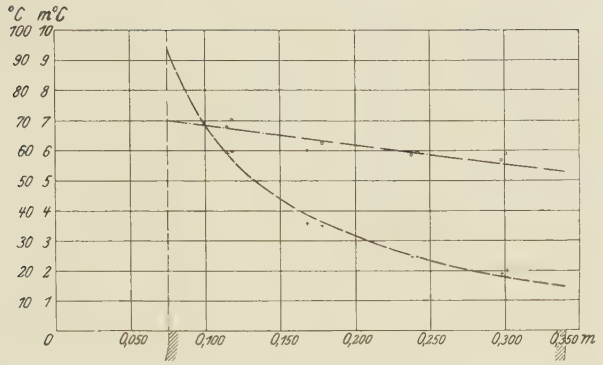

Fig. 17.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m								Lufttemperatur °C	Heizung WE/st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2					
	0,115	0,178	0,238	0,298	0,118	0,168	0,241	0,301		
8. Mai 06	59,0	35,0	24,6	19,0	59,5	35,6	24,6	19,6	12,8	17,7

Portland-Zement.

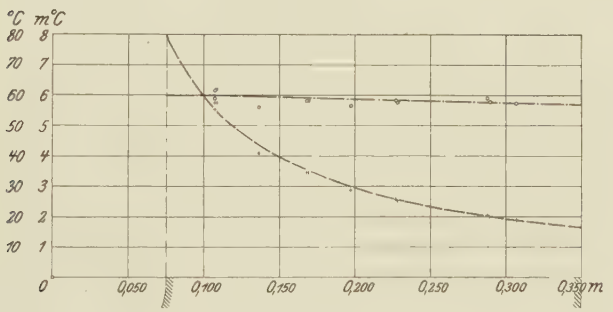

Fig. 18.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m												Lufttemperatur °C	Heizung WE/st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2				Halbmesser 3					
	0,108	0,169	0,227	0,288	0,107	0,136	0,197	0,307	0,107	0,168	0,228	0,289		
11. 4. 07	57,4	34,5	25,8	20,6	55,1	41,0	28,8	18,8	57,7	34,7	25,4	19,9	9,5	61,9

Blätterholzkohle.

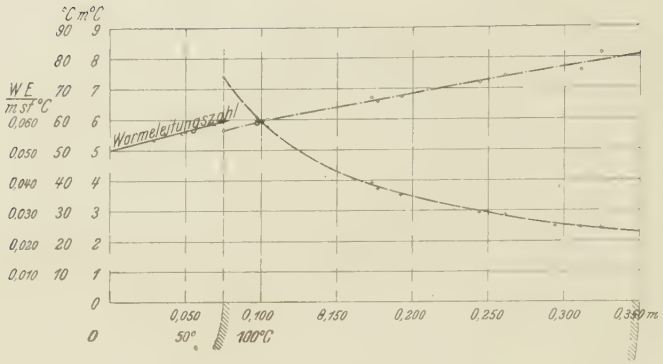

Fig. 19.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m												Lufttemperatur °C	Heizung WE / st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2				Halbmesser 3					
	0,097	0,177	0,261	0,324	0,097	0,173	0,244	0,311	0,104	0,192	0,294	0,075		
5. 8. 06	60,5	37,3	28,5	24,4	60,5	39,1	29,5	24,4	57,6	35,1	25,0	74,1	22,0	3,48

Torfmulle I.

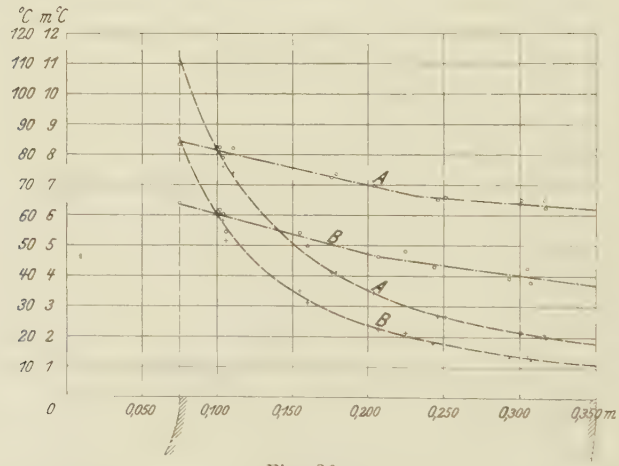

Fig. 20.

Zeit	Probe	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m												Lufttemperatur °C	Heizung WE / st
		Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3						
		0,102	0,179	0,251	0,316	0,111	0,204	0,301	0,104	0,176	0,246	0,317	0,075		
1. 6. 06	A	80,8	41,2	26,5	20,7	74,0	34,2	21,7	75,9	41,2	26,6	19,7	108,5	16,0	5,14
		0,102	0,160	0,243	0,307	0,106	0,207	0,293	0,101	0,155	0,225	0,305	0,075		
10. 4. 06	B	60,5	31,2	17,7	12,4	51,4	22,4	13,4	58,2	35,0	21,4	14,0	85,4	9,0	4,30

Torfmulle II.

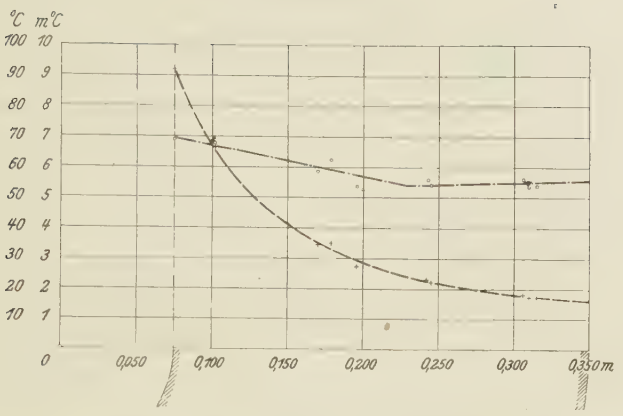

Fig. 21.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m											Lufttemperatur °C	Heizung WE/st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3					
	0,101	0,170	0,245	0,310	0,100	0,196	0,315	0,101	0,179	0,243	0,306	0,075	
16. 10. 06	66,6	34,5	22,0	17,3	68,6	27,3	17,1	68,8	34,9	23,0	18,3	91,9	14,0	4,28

Sägemehl.

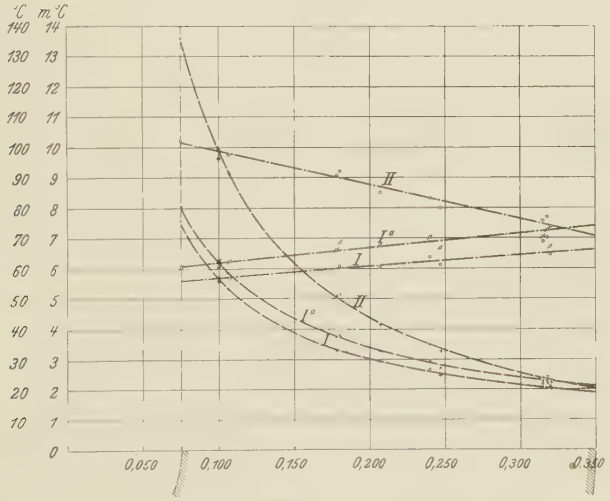

Fig. 22.

Zeit	Behärrungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m												Lufttemperatur °C	Heizung WE/st
		Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3						
		0,100	0,180	0,240	0,318	0,100	0,207	0,315	0,107	0,178	0,247	0,320	0,075		
5. 7. 06	I	57,0	33,7	26,5	22,1	55,7	29,1	21,9	53,0	33,1	24,8	20,2	75,7	19,0	4,00
13. 7. 06	II	99,2	51,2	34,7	24,2	96,5	41,3	24,0	91,3	50,9	32,5	22,3	136,1	19,0	8,22
19. 7. 06	Ia	62,4	37,8	29,3	22,9	60,5	32,6	22,4	58,2	37,2	27,0	21,0	80,5	20,0	3,97

Korkmehl.

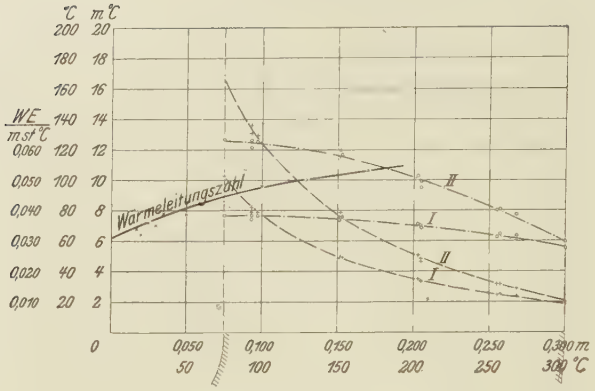

Fig. 23.

Zeit	Beharrungszustand Nr.	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m														Lufttemperatur °C	Heizung WE/st
		Halbmesser 1				Halbmesser 2				Halbmesser 3							
		0,093	0,152	0,203	0,257	0,093	0,151	0,205	0,255	0,097	0,153	0,205	0,268	0,075	0,300		
3. 7. 06	I	80,6	49,0	34,4	24,7	78,4	48,1	32,5	24,2	78,1	48,8	32,3	23,4	101,5	18,5	18,0	4,55
8. 7. 06	II	135,9	78,6	50,6	31,5	130,7	75,8	46,3	31,5	129,2	76,4	48,3	28,8	169,0	19,8	18,5	8,45
14. 7. 06	Ia	83,7	50,8	35,8	25,6	80,4	49,7	35,8	24,7	79,9	50,3	34,7	23,9	103,6	18,6	18,2	4,57

Asphaltierter Korkstein.

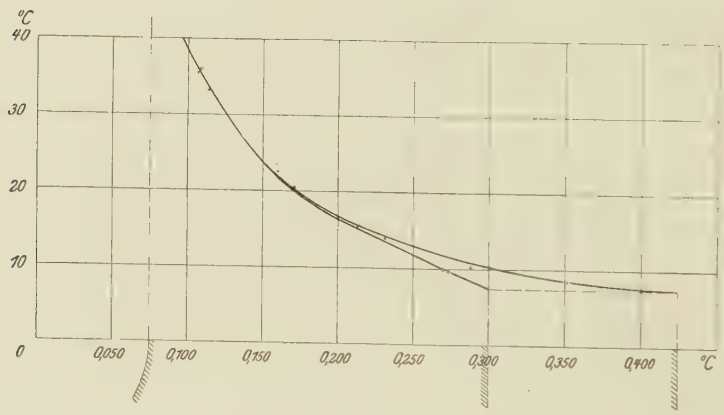

Fig. 24.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Würfelmittelpunkt t in m														Lufttemperatur °C	Heizung WE/st
	Würfelachse 1				Würfelachse 2				Quadratdiagonale							
	0,109	0,159	0,215	0,270	0,107	0,160	0,213	0,273	0,114	0,171	0,231	0,288	0,351	0,075		
5. 4. 07	36,9	23,4	15,9	10,0	35,5	22,5	15,4	9,7	33,2	20,5	13,9	10,1	8,5	57,0	7,5	3,47

Baumwolle.

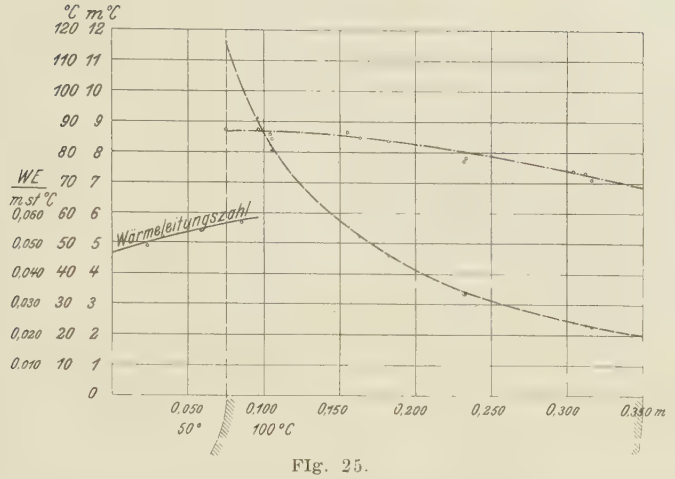

FIg. 25.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m											Lufttemperatur °C	Heizung WE st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3					
	0,104	0,163	0,232	0,312	0,096	0,182	0,304	0,105	0,156	0,233	0,316	0,075	
2. 7. 06	82,5	52,2	33,3	23,5	91,1	46,0	24,3	80,3	55,6	33,6	22,5	116,3	18,0	6,36

Schafwolle.

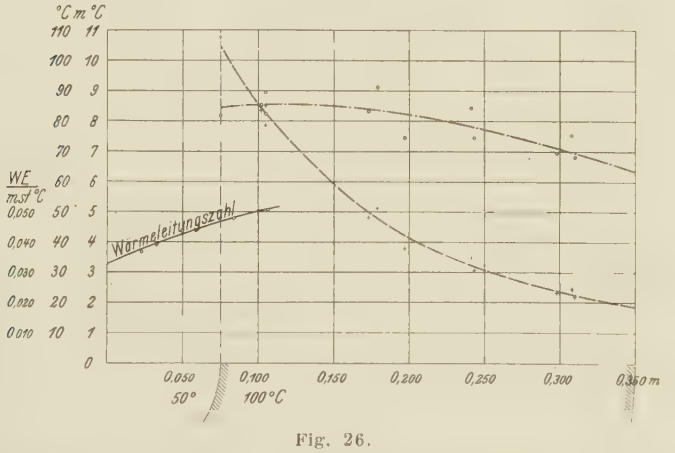

Fig. 26.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m											Lufttemperatur °C	Heizung WE st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3					
	0,105	0,179	0,241	0,308	0,102	0,173	0,243	0,310	0,105	0,197	0,298	0,075	
13. 7. 06	85,0	51,0	34,9	24,4	83,4	48,0	30,6	21,8	78,4	37,7	23,2	107,5	18,6	5,08

Seide.

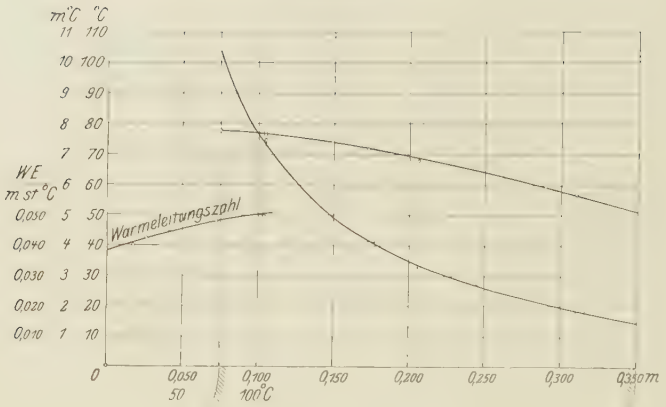

Fig. 27.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m											Lufttemperatur °C	Heizung WE st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3					
	0,105	0,173	0,240	0,310	0,105	0,206	0,310	0,105	0,177	0,245	0,315	0,075	
24. 5. 06	72,8	41,5	26,5	18,4	73,7	33,0	18,3	71,7	41,3	27,1	18,1	103,8	13,6	4,89

Seidenzopf.

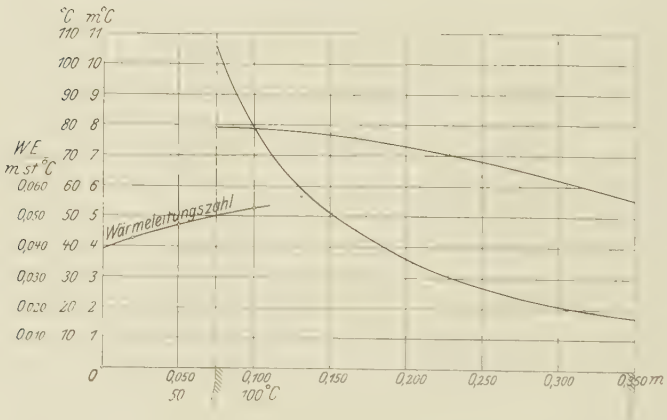

Fig. 28.

Zeit	Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt in m											Lufttemperatur °C	Heizung WE st
	Halbmesser 1				Halbmesser 2			Halbmesser 3					
	0,119	0,167	0,228	0,288	0,131	0,233	0,306	0,151	0,205	0,275	0,075		
14. 5. 06	72,0	45,8	31,0	24,1	56,3	28,5	19,7	51,3	34,7	22,0	105,7	15	5,21

die bei den einzelnen Beharrungszuständen erhaltenen Versuchszahlen[1]) eingetragen, welche Mittelwerte aus den einzelnen Beobachtungen während des stationären Zustandes bilden. In einem Achsenkreuz ist der beobachtete radiale Temperaturverlauf eingetragen, der ein Bild liefert für die Meßgenauigkeit der einzelnen Punkte. Kieselguhrformstein und Korkstein wurden im Würfel untersucht. In Fig. 11 und 24 ist der bei diesen Versuchen in der Würfelachse und einer Quadratdiagonale, siehe Seite 21, gemessene Temperaturverlauf aufgetragen. Die zur Auswertung von k nötigen Produkte aus dem Abstand der Meßstelle vom Kugelmittelpunkt und der zugehörigen Temperatur sind ins gleiche Koordinatensystem abhängig von der Entfernung eingetragen. Die durch die so erhaltenen Punkte ausgleichend gezogenen flachen Kurven dienten zur weiteren Rechnung. Ueber der Abszisse als Temperaturmaßstab sind die erhaltenen Wärmeleitzahlen aufgetragen und durch eine Kurve ausgleichend verbunden, die als Ergebnis jeder Untersuchung die Wärmeleitzahl des Materials in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur darstellt.

Zur Erläuterung der abgedruckten Versuchsberichte, Zahlentafel 1 und 2, zweier Stoffe ist Folgendes zu sagen. Die erste lotrechte Spalte enthält die Beobachtungszeiten. Die Tageszeiten sind in der bei Fahrplänen üblichen Weise durch Striche unter der Minutenzahl für Zeiten von $6^{\underline{00}}$ abends bis $5^{\underline{59}}$ morgens angegeben. Bei jeder Beobachtung wurden die einzelnen Ablesungen doppelt ausgeführt. Das gewonnene Mittel steht darunter. Die folgenden lotrechten Reihen enthalten die Temperaturbeobachtungen (in Galvanometer-Ablesung), für welche die Nummer des benutzten Thermoelementes in der ersten wagerechten Reihe steht. Die mit I und II überschriebenen Spalten enthalten die Angaben der 2 Widerstandsthermometer. Jede dritte wagerechte Reihe enthält das Mittel der zwei vorhergehenden und zwar ist beim Nehmen des Mittels der Ablesungen gleich die Uebertragung der Angaben des Galvanometers in Celsiusgrade mittels der Eichkurven vorgenommen worden. Die letzten lotrechten Reihen enthalten die Ablesungen der Heizstromstärke und der Spannung am Heizdraht, die hieraus berechnete Heizung in Watt, den Widerstand des Heizdrahtes in Ω, die Klemmenspannung E_p der Akkumulatorenbatterie und die am Boden und unter der Decke beobachteten Temperaturen der umgebenden Luft. Die letzte Spalte enthält Bemerkungen. Die Figuren 29 und 30 geben die Lage der Thermoelemente bei den Versuchen an. Bei jedem Thermoelement steht dessen Nummer. Die in Klammern angefügten Zahlen geben die vor dem Versuch beim Einbau gemessenen Entfernungen der Lötstellen von der Kupferkugel an. Die danebenstehenden Zahlen wurden nach dem Versuch gemessen und der Berechnung zugrunde gelegt, die an die Versuchsberichte mit allen Zwischenrechnungen angefügt ist.

[1]) Die Horizontalreihen enthalten die in den Meßstellen beobachteten Temperaturen in ^{0}C,

Zahlentafel 1. Unter-

Zeiten		I	II	1	3	5	13	20	21	22	24	28
2. V. 06		75,35	59,83	5,0	5,0	5,0	4,95	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
	8^{50}	75,33	59,82	5,0	5,0	5,0	4,95	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
	8^{0}	12,0	11,0	11,1	11,1	11,0	11,0	10,0	11,0	11,0	11,0	11,1
3. V. 06	8^{00}	76,18	63,24	6,4	8,15	13,0	8,95	24,65	6,4	23,95	13,05	13,05
	8^{30}	76,20	63,26	6,55	8,6	13,0	8,95	24,8	6,4	24,0	13,05	13,0
	8^{10}	17,0	39,3	14,5	19,0	28,5	19,7	53,2	14,1	51,7	28,6	28,6
	2^{35}	76,52	63,74	7,05	9,55	14,6	10,0	26,6	7,05	26,0	14,8	14,7
	2^{55}	76,52	63,74	7,1	9,6	14,6	10,0	26,6	7,1	25,95	14,75	14,6
	2^{15}	19,0	43,1	15,8	21,0	32,0	22,0	57,1	15,6	55,9	32,3	32,3
	8^{45}	76,67	64,05	7,3	10,0	15,35	10,15	28,0	7,25	27,2	15,7	15,4
	9^{15}	76,66	64,05	7,35	10,1	15,4	10,5	28,0	7,25	27,2	15,7	15,5
	8^{4}	20,1	45,7	16,3	22,4	33,8	23,0	60,0	16,0	58,4	34,3	33,9
4. V. 06	8^{20}	76,80	64,31	7,5	10,5	16,25	11,0	29,1	7,4	28,3	16,4	16,2
	8^{42}	76,80	64,31	7,6	10,55	16,25	11,0	29,1	7,5	28,25	16,5	16,2
	8^{31}	20,5	48,3	16,8	23,3	35,7	24,2	62,3	16,4	60,6	35,9	35,5
	8^{05}	76,90	64,41	7,8	10,9	16,75	11,2	29,7	7,7	28,95	16,9	16,8
	8^{25}	76,89	64,43	7,85	11,0	16,8	11,2	29,6	7,7	29,0	16,9	16,75
	8^{15}	21,1	49,3	17,1	24,2	37,1	24,6	63,1	17,0	62,2	36,9	36,9
5. V. 06	7^{55}	76,95	64,51	8,0	11,05	17,0	11,5	30,0	7,8	29,2	17,1	17,0
	8^{35}	76,91	64,50	8,0	11,1	17,0	11,5	30,0	7,9	29,25	17,1	17,0
	8^{15}	21,5	49,8	17,7	24,6	37,5	25,3	64,1	17,3	62,5	37,3	37,3
	8^{45}	77,01	64,57	8,05	11,2	17,2	11,7	30,15	7,95	29,5	17,35	17,15
	9^{15}	77,00	64,56	8,1	11,3	17,2	11,7	30,15	8,0	29,5	17,3	17,2
	8^{55}	21,7	50,2	18,0	25,0	37,7	25,7	64,4	17,6	63,0	37,7	37,7
6. V. 06	2^{37}	77,05	64,60	8,1	11,3	17,25	11,8	30,2	8,0	29,55	17,45	17,25
	3^{00}	77,04	64,60	8,1	11,35	17,3	11,85	30,2	8,0	29,65	17,45	17,25
	2^{18}	22,0	50,6	18,0	25,2	37,9	25,9	64,5	17,6	63,3	38,0	37,8
	8^{24}	77,06	64,63	8,2	11,45	17,5	11,95	30,55	8,05	29,95	17,75	17,5
	8^{42}	77,06	64,62	8,25	11,55	17,55	12,0	30,6	8,05	29,9	17,7	17,5
	8^{33}	22,1	51,0	18,3	25,5	38,3	26,3	65,3	17,7	63,9	38,5	38,1
7. V. 06	7^{40}	77,06	64,63	8,15	11,4	17,5	11,95	30,4	8,0	29,9	17,7	17,4
	8^{05}	77,06	64,63	8,2	11,55	17,55	12,0	30,55	8,05	29,9	17,65	17,45
	7^{51}	22,1	51,0	18,2	25,5	38,1	26,3	65,1	17,7	64,0	38,4	38,2
	2^{38}	77,96	69,68	9,95	15,2	28,65	16,15	63,6	9,55	61,9	29,2	28,95
	3^{00}	78,01	69,79	10,0	15,6	29,0	16,45	63,95	9,7	62,0	29,4	29,0
	2^{19}	27,1	93,8	22,2	34,1	62,0	35,7	132,0	21,1	128,4	62,8	62,6
	8^{24}	78,81	71,51	11,2	18,4	34,15	19,6	71,25	11,0	69,5	35,0	34,35
	8^{45}	78,88	71,53	11,5	18,6	34,3	19,85	71,5	11,05	69,7	35,05	34,45
	8^{24}	32,4	110,1	25,2	41,7	73,2	43,0	147,2	24,1	143,5	74,3	73,7
8. V. 06	7^{35}	79,48	72,68	12,5	21,2	39,0	22,9	77,4	12,0	75,75	40,0	39,1
	8^{00}	79,48	72,69	12,8	21,5	39,15	23,0	77,7	12,1	75,9	40,0	39,1
	7^{17}	36,0	119,0	28,2	47,0	83,2	50,0	159,1	26,3	155,6	84,3	83,3
	2^{03}	79,70	73,06	13,0	22,1	40,2	23,85	79,1	12,35	77,2	41,25	40,0
	3^{12}	79,70	73,06	13,0	22,2	40,35	23,95	79,1	12,4	77,2	41,25	40,0
	3^{03}	37,1	122,1	28,8	48,8	85,7	52,0	162,0	27,3	158,4	87,1	86,0
	9^{20}	79,89	73,54	13,1	22,95	41,6	24,4	82,0	12,7	80,0	42,65	41,8
	10^{25}	79,88	73,53	13,4	23,0	41,7	24,55	82,0	12,8	80,05	42,7	41,8
	9^{57}	38,1	126,1	29,1	50,5	88,5	53,3	167,6	28,0	163,7	89,8	88,8
9. V. 06	7^{18}	79,97	73,38	13,1	13,1	41,7	24,8	80,15	12,85	78,4	42,6	41,8
	8^{18}	79,97	73,38	13,6	13,3	41,75	24,95	80,2	12,95	78,3	42,65	41,7
	8^{08}	38,9	124,9	30,0	50,9	88,5	54,1	164,0	28,3	160,5	89,5	88,7
	3^{08}	80,05	73,18	13,6	23,35	41,95	24,95	80,8	13,0	79,0	42,9	42,0
	3^{21}	80,05	73,18	13,8	23,45	42,0	25,0	80,85	13,0	79,0	42,85	42,0
	3^{16}	39,2	125,7	30,1	51,1	89,1	54,3	165,6	28,5	161,8	90,1	89,2
	9^{17}	80,05	73,61	13,85	23,6	42,15	25,05	81,6	13,05	79,8	43,15	42,25
	9^{42}	80,08	73,58	13,95	23,9	42,2	25,15	81,6	13,1	79,8	43,1	42,2
	9^{30}	39,6	126,7	30,8	52,3	89,5	54,6	166,8	28,9	163,1	90,5	89,7
10. V. 06	7^{55}	80,11	73,61	13,9	23,8	42,35	25,2	81,55	13,05	79,8	43,3	42,1
	$8^{\cdot 0}$	80,13	73,61	13,95	23,9	42,5	25,2	81,55	13,1	79,8	43,3	42,4
	8^{05}	39,9	127,0	30,8	52,3	89,9	54,7	166,7	28,9	163,3	91,0	90,0
	2^{35}	80,16	73,65	14,0	23,95	42,7	25,4	81,8	13,25	80,0	43,6	42,7
	3^{00}	80,12	75,60	14,0	24,0	42,6	24,45	81,75	13,25	80,0	43,5	42,5
	$2^{\cdot 0}$	40,0	127,2	31,1	52,7	90,4	55,1	167,2	29,1	163,7	91,4	90,5
	9^{25}	80,15	73,65	13,95	23,95	42,5	25,3	81,7	13,15	79,95	43,55	42,55
	9^{27}	80,15	73,66	14,0	24,0	42,55	25,5	81,75	13,25	80,0	43,55	42,55
	9^{11}	40,0	127,3	31,1	52,7	90,2	55,1	167,0	29,0	163,7	91,4	90,4

suchung von Asbest.

29	30	32	36	37	E	J	Q	Ω	E_p	t_o / t_u	Bemerkung
4,95	5,0	5,0	4,9	4,95	29,0	0,580	16,80	50,0	40,8	11,0	Beginn des Versuches
4,95	5,0	5,0	4,9	4,95	—	—	—	—	—	10,7	
11,0	11,0	11,0	10,9	11,3	—	—	—	—	—	—	
5,5	8,7	33,1	6,4	21,25	28,8	0,580	16,76	49,85	40,8	10,2	
5,5	8,7	33,1	6,4	21,25	28,8	0,580	16,70	49,7	77,5	10,2	
12,2	19,3	71,1	14,3	50,3	—	—	—	—	—	—	
5,95	9,7	35,0	7,05	23,05	28,7	0,579	16,62	49,6	—	10,7	
5,9	9,7	35,0	7,05	23,05	28,8	0,580	16,70	48,7	121,2	10,6	
13,1	21,5	74,9	15,7	54,6	—	—	—	—	—	—	
6,0	10,1	36,65	7,3	24,2	28,8	0,580	16,70	48,7	121,1	10,7	
6,0	10,1	36,6	7,2	24,2	—	—	—	—	—	10,7	
13,2	22,3	78,3	16,2	57,3	—	—	—	—		—	
5,0	10,6	37,8	7,5	25,2	28,8	0,580	16,70	48,7	121,05	10,9	
6,0	10,6	37,8	7,5	25,2	—	—	—	—	—	10,7	
13,2	23,5	80,8	16,7	59,6	—			—		—	
6,1	10,95	38,2	7,8	25,8	28,8	0,5805	16,70	48,7	121,05	11,1	
6,1	11,0	38,2	7,7	25,85	—	—	—	—	—	10,9	
13,5	24,3	81,3	17,3	61,0	—	—	—	—	—	—	
6,2	11,1	38,7	7,9	26,05	28,8	0,580	16,70	48,7	121,0	11,3	
6,2	11,1	38,7	7,9	26,05	—	—	—	—	—	11,0	
13,7	24,5	82,7	17,5	61,6	—	—	—	—	—	—	
6,35	11,2	38,9	8,0	26,2	28,8	0,580	16,70	48,7	121,0	11,8	
6,35	11,25	38,9	8,0	26,25	—	—	—	—	—	11,0	
14,0	24,9	82,9	17,9	62,0	—					—	
6,35	11,3	38,95	8,0	26,3	28,7	0 579	16,61	49,6	120,7	12,0	
6,35	11,35	38,95	8,0	26,3	28,8	0,580	16,70	49,7	—	11,0	
14,0	25,0	83,0	17,8	62,2	—	—		-	—	—	
6,5	11,5	39,1	8,1	28,6	—	—	—	—	—	12,0	
6,5	11,55	39,1	8,05	26,6	28,8	0,580	16,70	49,7	120,6	11,2	
14,4	25,5	83,3	18,0	63,0	—	—	—	—	—	—	Beharrungszustand I
6,45	11,5	39,05	8,05	26,55	28,75	0,5795	16,66	49,6	120,35	12,0	8^{20} Heizung vergrößert
6,45	11,55	39,05	8,05	26,55	49,7	1,000	49,70	49,7	120,0	11,3	
14,3	25,5	83,2	18,0	62,8	—	—	—	—	—	—	
7,15	15,5	60,85*	9,8	55,7	49,2	1,002	49,30	49,1	119.7	13,0	* 100 Ω vor das Galvanometer geschaltet
7,2	15,6	60,9	9,8	55,7	49,4	1,006	49,70	49,1	—	11,8	
16,0	34,2	185,0	21,8	128,5	—	—	—	—	—	—	
7,9	18,5	65,95	11,1	62,6	49,2	1,001	49,25	49,1	119,4	13,0	
7,9	18,65	65,95	11,1	62,6	49,4	1,007	49,76	49,1	—	12,0	
17,6	40,7	200,0	24,6	143,5	—	—	—	—	—	—	
8,3	21,3	70,05	12,3	68,05	49,0	1,005	49,24	49,0	119,0	13,0	
8,35	21,4	70,1	12,3	68,05	49,35	1,010	49,80	48,9	—	12,0	
18,4	46,6	212,0	27,2	155,3	—	—	—	—	—	—	
8,55	22,2	71,6	12,8	69,85	49,05	1,007	49,40	48,7	118,8	13,2	4^{00} bis $10^{\underline{10}}$ Laden
8,65	22,2	71,6	12,95	69,9	—	—	—	—	—	12,0	der Batterie
19,0	48,5	216,5	28,5	159,2	—	—	—	—	—	—	
8,8	23,0	74,15	13,0	72,2	49,05	1,014	49,70	48,4	123,0	13,8	
8,8	23,0	74,1	13,0	72,25	—	—	—	—	—	12,4	
19,5	50,2	223,3	28,7	164,0	—	—	—	—	—	—	
8,9	23,2	72,0	13,2	70,9	48,4	1,005	48,60	48,2	121,6	14,0	
8,9	23,2	72,0	13,1	70,9	49,1	1,014	49,78	48,4	—	12,4	
19,7	50,6	217,3	29,0	161,2	—	—	—	—	—	—	
9,0	23,35	72,65	13,3	71,3	48,8	1,010	49,28	48,3	120,9	14,3	
8,95	23,35	72,7	13,3	71,3	49,0	1,015	49,72	48,3	—	12,9	
20,0	50,9	219,6	29,3	162,1	—	—	—	—	—	—	
9,0	23,65	73,25	13,45	72,0	49,0	1,016	49,78	48,2	120,95	14,8	
9,0	23,7	73,3	13,4	72,0	—	—	—	—	—	13,0	
20,0	51,7	221,0	29,5	163,5	—	—	—	—	—	—	
9,0	23,8	73,05	13,4	72,0	48,7	1,012	49,25	48,1	120,2	14,2	
9,0	23,8	73,1	13,5	72,0	49,0	1,017	49,80	48,2	—	12,9	
20,0	51,9	220,4	29,6	163,5	—	—	—	—	—	—	Beharrungszustand II
9,0	23,95	73,35	13,65	72,1	48,8	1,012	49,40	48,2	120,0	14,5	
9,05	23,95	73,4	13,7	72,1	49,0	1,018	49,86	—	—	13,0	
20,0	52,2	221,2	30,1	163,7	—	—	—	—	—	-	
9,0	23,95	73,3	13,55	72,05	48,8	1,014	49,50	48,2	119,6	14,3	
9,0	23,95	73,35	13,55	72,05	28,4	0,590	16,75	48,2	—	13,0	$9^{\underline{24}}$ Heizung vermindert
20,0	52,2	221,0	29,9	163,6	—	—	—	—	—	—	

Zahlentafel 1.

Zeiten		I	II	1	3	5	13	20	21	22	24	28
11. V. 06	9^{33}	78,75	67,23	11,6	17,5	26,3	18,0	41,0	11,1	40,2	26,5	26,05
	9^{58}	78,67	67,01	11,65	17,5	26,2	18,0	40,95	11,1	40,1	26,4	26,0
	9^{45}	31,7	71,5	25,7	38,7	56,9	39,5	86,4	24,4	84,7	56,9	56,5
	3^{10}		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
			—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	8^{41}	77,95	65,67	10,2	14,35	21,2	14 55	34,9	9,95	34,0	21,2	21,2
	8^{52}	77,92	65,65	10,3	14,4	21,3	14,65	34,85	9,95	34,05	21,2	21 1
	8^{42}	27,1	60,0	22,7	31,9	46,4	32,1	74,0	21,8	72,2	46,0	46,2
12. V. 06	7^{00}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	9^{00}		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13. V. 06	9^{18}	77,67	65,05	9,65	13,0	19,0	13,0	32,15	9,2	31,4	19,0	19,0
	9^{37}	77,56	65,04	9,8	13,0	19,05	13,05	32,15	9,2	31,4	19,0	19,0
	9^{27}	25,2	54,3	21,6	28,9	41,5	28,5	68,5	20,2	67,0	41,4	41,5
	3^{37}	77,59	65,06	9,85	12,95	19,0	13,0	32,2	9,4	31,55	19,0	19,0
	3^{55}	77,55	65,05	9,95	13,0	19,0	13,0	32,2	9.35	31,5	19,0	19,0
	3^{16}	25,1	54,4	22,0	28,9	41,5	28,5	68,6	20,7	67.2	41,4	41,5
	9^{45}	77,61	65,08	9,8	13,0	19,05	13,05	32,2	9,25	31,55	19,0	19,0
	9^{16}	77,60	65,07	9,95	13,0	19,1	13,1	32,25	9,35	31,55	19,05	19,0
	9^{27}	25,2	54,5	21,9	28,9	41,7	28,8	68,6	20,5	67.3	41.4	41,5
14. V. 06	9^{25}	77,62	65,10	9,85	13,0	19,1	13,05	32,35	9.25	31,7	19,1	19,05
	9^{40}	77,61	65,10	9,9	13,1	19,1	13,1	32,3	9,3	31,7	19,05	19,0
	9^{33}	25,4	54,1	20,0	29,0	41,7	28,8	68,8	20,5	67,7	41,6	41,5
	8^{12}	79,16	71,61	12,4	19,5	35,25	20,55	72,25	11,95	70,55	36,05	35,4
	8^{30}	79,18	71,64	12,5	19,7	35,45	20,65	72,5	12.0	70,7	36,1	35,45
	8^{21}	34,3	110,0	27,7	43,2	75,5	45,0	149,1	26,3	145,6	76,5	75,8
15. V. 06	7^{45}	79,90	73,06	14,0	22,9	40,6	24,05	79.15	13,1	77,3	41,5	40,7
	8^{06}	79,92	73,07	14,0	23,0	40,8	24,1	79,25	13,2	77,4	41,5	40,7
	7^{55}	38,6	122,2	31,1	50,4	86,5	52,5	162,2	28,9	158,7	87,3	86,6
	9^{35}	80,26	73,54	14,4	24,05	42,3	25,5	81.2	13,8	79,5	43,25	42,4
	9^{15}	80,23	73,52	14,6	24,1	42,4	25,55	81,2	13,8	79,55	43,2	42,4
	9^{45}	40,5	126,3	32,1	52,9	88,8	55,3	166,0	30,3	162,8	90,7	89,2
16. V. 06	8^{20}	80,34	73,74	14,55	24,35	43,0	25,95	82,2	13,95	80,5	44,0	43,05
	8^{40}	80,34	73,73	14,65	24,5	43,05	26,0	82,25	13,95	80,5	44,0	43,0
	8^{30}	41,1	127,8	32,3	53,6	91,2	56,3	168,0	30,6	163,8	92,3	90,4
	3^{30}	80,38	73,77	14,4	24,4	43,05	26,0	82,3	13,9	80.5	44,05	43,1
	3^{50}	80,38	73,77	14,65	24,6	43,1	26,05	82,3	13,95	80,6	44,05	43,1
	3^{40}	41,3	128,2	32,1	53,7	91,3	56,4	168,2	30,6	164,9	92 5	90,5
	9^{25}	80,38	73,85	14,5	24,45	43,1	26,0	82,6	13,9	80,9	44,1	43,2
	9^{45}	80,22	73,84	14,6	24,6	43,2	26,1	82,7	13,95	80,9	44,1	43,2
	9^{35}	40,8	128,9	32,2	53,6	91,4	56,4	168,8	30.6	165,5	92,5	90,7
17. V. 06	7^{54}	80,34	73,82	14,45	24,55	43,2	26,05	82,7	13,9	80,9	44,3	43,3
	8^{15}	80,34	73,81	14,6	24,7	43,4	26,2	82,75	13,95	80.95	44,3	43,3
	8^{05}	41,1	128,6	32,2	54,0	91,7	56,5	168,9	30,6	185,5	92,9	90,9
	2^{30}	80,35	73,83	14,5	24,55	43,2	26,1	82,55	13,9	80,7	44,2	43,25
	2^{50}	80,35	73,81	14,55	24,6	43,25	26,15	82.6	13,95	80,8	44,2	43,2
	2^{40}	41,1	128,6	32,2	53,9	91,5	56,7	168,7	30,6	165,2	92,7	90,7
	8^{00}	—	—	—	—	—	—	—	—			
18. V. 06	8^{00}	82,93	83,99	18,85	36,65	71,5	40,0	61,0*	17.9	59,65*	74,05	72,05
	8^{28}	82,98	84,05	19,0	36,9	71,8	40,2	61,05	18,0	59,85	74.1	72,05
	8^{14}	56,3	217,0	41,8	78,5	148,5	85,2	298,6	39,5	292,2	153,0	149,0
	3^{40}	83,50	84,93	19,7	38,9	75,0	42,3	63,0	18,8	61,8	77,7	75,6
	4^{08}	83,52	84,97	19,8	39,0	75,1	42,5	63,05	18,9	61,8	77,8	75,6
	3^{52}	59,7	225,0	41,4	85,0	155,1	90,0	308,0	41.2	301,0	160,0	156,0
	8^{38}	83,76	85,47	20,1	39,95	77,0	43,5	64,05	19,05	62,8	79,7	77,5
	9^{00}	83,76	85,48	20,3	40,05	77,05	43,65	64,15	19,1	62,95	79,8	77,6
	8^{48}	61,0	229,7	44,5	86,1	159,0	92,3	313,2	41,7	307,5	163,9	159,7
19. V. 06	7^{45}	84,03	85,97	20,6	41,05	79,05	44,95	65,1	19,5	63,9	81,7	79,65
	8^{12}	84,03	85,97	20,9	41,3	79,2	45,0	65,2	19,6	63,95	81,8	79,7
	7^{58}	62,6	234,0	45,6	87,6	163,0	95,1	318,5	42,6	312,5	168,0	164,0
	4^{00}	84,09	86,10	20,6	41,4	79,7	45,25	65,55	19,7	64,05	82,05	80,05
	4^{15}	84,10	86,10	20,9	41,5	79,85	45,3	65,6	19,9	64,1	82,25	80,05
	4^{07}	62,5	235,1	45,7	89,2	164,4	95,8	320,6	43,5	313,4	169,0	164,4
	9^{20}	84,15	86,13	20,9	41,4	79,35	45,1	65,3	19,7	64,0	82,0	80,0
	9^{42}	84,13	86,11	21,0	41,6	79,6	45,2	65,5	19,9	64,05	82,05	79,95
	9^{31}	63,2	235,2	46,1	88,1	163,8	95,5	320,0	43,0	312,0	168,8	164,5

Fortsetzung.

29	30	32	36	37	E	J	Q	Ω	E_p	$\frac{t_o}{t_u}$	Bemerkung
8,2	17,2	49,8	11,1	36,0	28,0	0,585	16,25	47,9	118,9	64,5	
8,1	17,3	49,8	11,1	36,0	28,4	0,591	—	—	—	13,2	
18,0	37,9	104,0	24,5	84,5	—	—	—		—	—	
—	—	—	—	—	28,2	0,589	16,6	47,9	118,35	15,2	
—	—	—	—	—	28,3	0,5895	16,68	—	—	13,4	
7,75	14,25	43,6	9,8	30,6	28,2	0,588	16,58	48,0	117,95	15,7	
7,75	14,25	43,55	9,8	30,6	28,4	0,591	16,78	—	—	13,7	
17,2	31,3	92,4	21,8	72,2	—	—	—	—	—	—	
—	—	—	—	—	22,6	—	—	—	96	—	7^{00} bis 8^{00} Laden
—	—	43,4	—	—	28,55	0,596	16,95	47,9	122,2	—	
7,5	12,95	40,95	9,05	28,0	28,2	0,5895	16,62	47,8	121,2	15,5	
7,5	13,0	40,95	9,05	28,05	28,35	0,5905	16,72	—	—	13,9	
16,6	28,7	87,1	20,2	66,4	—	—	—	—	—	—	
7,5	12,95	41,05	9,05	28,1	28,4	0,593	16,84	47,9	121,5	16,0	
7,5	13,0	41,0	9,05	28,1	28,35	0,591	16,75	—	—	14,0	Beharrungs-
16,6	28,7	87,2	20,2	66,5	—	—	—	—	—	—	zustand Ia
7,5	12,95	41,0	9,1	28,1	28,35	0,5905	16,74	48,0	121,4	16,0	
7,55	13,0	41,0	9,1	28,1	28,4	0,5905	16,76	—	45,0	14,0	Abteilung I[1])
16,7	28,7	87,2	20,3	66,5	—	—	—	—	—	—	
7,6	13,0	41,2	9,1	28,2	28,4	0,5915	16,80	48,1	44,0	15,8	Abteilung I u. II
7,55	13,0	41,15	9,1	28,25	49,0	1,020	50,0	48,0	81,6	14,1	9^{55} Heizung ver-
16,9	28,7	87,7	20,3	66,7	—	—	—	—	—	—	größert
8,9	19,55	67,0*	12,0	63,75	48,9	1,015	49,6	48,2	81,2	16,0	* 100 Ω
8,9	19,6	67,0	12,0	63,8	49,0	1,018	49,8	48,2	—	14,3	
19,7	42,8	203,1	26,5	146,1	—	—	—	—	—	—	
9,35	22,9	71,9	13,4	70,0	49,9	1,018	49,8	48,1	81,0	16,0	Abteilung I u. III
9,4	22,9	71,9	13,4	70,0	49,0	1,0185	49,9	—	73,0	14,3	
20,8	50,0	217,0	29,5	159,3	—	—	—	—	—	—	
9,65	24,0	73,05	14,0	71,9	48,8	1,015	49,54	48,1	73,0	16,0	
9,7	24,05	73,05	14,0	71,9	49,05	1,020	50,0	—	—	14,5	
21,5	52,4	220,3	30,8	163,2	—	—	—	—	—	—	
9,6	24,3	73,95	14,05	72,9	48,9	1,018	49,78	48,1	72,6	16,0	
9,7	24,35	73,95	14,1	72,9	49,0	1,019	49,90	—	72,5	14,4	Abteilung II u III
21,4	53,0	222,8	31,0	165,4	—	—	—	—	—	—	
9,65	24,4	73,95	14,1	72,95	48,8	1,017	49,65	48,1	72,05	15,8	
9,7	24,5	73,95	14,1	72,95	49,0	1,020	50,00	—	—	14,5	
21,5	53,2	222,8	31,0	165,5	—	—	—	—		—	
9,65	24,5	74,1	14,1	73,05	48,9	1,0195	49,84	47,9	72,0	15,7	
9,65	24,55	74,1	14,1	73,05	—	—	—	—	—	14,4	
21,5	53,4	223,2	31,0	165,7	—	—	—	—	—	—	
9,6	24,55	74,2	14,2	73,1	48,9	1,0185	49,75	48,0	71,95	15,4	Beharrungs-
9,6	24,6	74,1	14,2	73,1	—	—	—	—	—	14,3	zustand IIa
21,3	53,5	223,4	31,2	165,8	—	—	—	—	—	—	
9,7	24,6	74,05	14,2	73,0	48,8	1,018	49,70	47,9	71,9	15,5	3^{00} II izung verstärkt
9,65	24,65	74,0	14,2	73,05	70,0	1,460	102,0	47,9	—	14,3	3^{00} bis 6^{00} Laden
21,5	53,5	223,1	31,2	165,6	—	—	—	—	—		
—	—	—	—	—	70,0	1,452	101,6	48,2	86,2	—	
11,45	37,0	82,7*	18,9	55,6*	69,3	1,430	99,1	48,5	85,4	15,3	* 300 Ω
11,45	37,05	82,7	18,9	55,6	70,0	1,448	101,3	—	—	14,2	
25,2	79,2	400	41,3	296,0	—	—	—	—	—	—	
11,8	39,1	84,9	19,9	57,3	69,8	1,435	100,1	48,5	84,8	15,5	
11,9	39,2	84,95	19,9	57,3	70,1	1,446	101,4	—	—	14,4	
26,1	83,4	410	43,4	304,0	—	—	—				
12,0	40,3	88,2	20,2	58,4	70,0	1,438	100,6	48,7	84,6	15,4	
12,0	40,3	86,3	20,2	58,4	70,1	1,444	101,2	—	—	14,3	
26,5	85,8	417	44,0	310,0	—	—	—	—	—	—	
12,0	41,4	62,7*	20,8	59,35	70,0	1,437	100,6	48,4	84,2	15,2	* 500 Ω
12,05	41,45	62,7	20,9	59,35	70,15	1,445	101,5	—	—	14,2	
26,5	88,0	420	45,4	314,0	—	—	—	—	—	—	
12,1	41,85	63,0	21,0	59,8	70,0	1,437	100,6	48,7	84,05	15,0	
12,1	41,9	63,0	21,0	59,8	70,1	1,446	101,3	—	74,3	14,0	Abteilung I u. III
26,7	89,0	424	45,7	316,4	—	—	—	—	—	—	Beharrungs-
12,05	41,7	62,8	20,95	59,6	69,95	1,434	100,3	48,8	73,8	15,0	zustand III
12,05	41,8	62,8	20,95	59,6	70,3	1,444	101,4	—	—	14,0	
26,6	88,7	421	45,6	315,5	—			—			

[1]) Die Akkumulatorenbatterie konnte in 3 Teilen benützt werden.

Zahlentafel 1.

Zeiten		I	II	1	3	5	13	20	21	22	24	28
20. V. 06	9^{42}	84,03	86,04	20,4	41,15	79,3	45,05	65,05	19,25	63,8	81,95	79,8
	10^{05}	84,03	86,03	20,6	41,3	79,4	45,05	65,05	19,4	63,9	82,0	79,8
	9^{52}	63,7	234,5	45,9	87,5	163,6	95,3	318,0	82,1	312,0	168,7	164,2
21. V. 06	8^{25}	78,46	66,85	10,95	16,65	25,15	17,25	39,6	10,65	39,0	25,4	25,05
	8^{45}	78,46	66,76	11,0	16,7	25,05	17,2	39,4	10,6	38,8	25,2	25,0
	8^{35}	30,0	69,0	24,4	36,6	54,5	37,7	83,3	23,2	82,9	54,5	54,4
	$8\frac{35}{}$	77,69	65,59	9,55	13,8	20,9	14,25	34,5	9,35	33,9	20,95	20,8
	$9\frac{00}{}$	77,66	65,56	9,6	13,85	20,85	14,2	34,45	9,35	33,9	20,95	20,8
	$8\frac{47}{}$	25,7	58,7	21,3	30,6	45,6	31,2	73,2	20,7	72,0	45,5	45,5
22. V. 06	8^{35}	77,43	65,18	9,05	12,9	19,2	13,3	32,7	8,95	32,05	19,45	19,2
	8^{55}	77,41	65,16	9,1	12,9	19,25	13,3	32,7	8,95	32,05	19,4	19,2
	8^{45}	24,3	55,3	20,2	28,7	42,0	29,2	69,6	19,7	68,3	42,3	42,0
	2^{22}	77,40	65,12	9,05	12,75	19,05	13,1	32,45	8,95	31,9	19,1	19,05
	2^{40}	77,40	65,10	9,1	12,85	19,05	13,1	32,45	8,95	31,85	19,1	19,05
	2^{31}	24,0	54,9	20,2	28,4	41,6	28,8	69,1	19,7	68,0	41,6	41,7
	$9\frac{05}{}$	77,37	65,06	9,0	12,55	18,95	13,0	32,25	8,9	31,7	19,0	18,95
	$9\frac{25}{}$	77,34	65,05	8,95	12,6	19,0	13,05	32,2	8,95	31,7	19,0	18,95
	$9\frac{15}{}$	23,7	54,7	20,0	28,0	41,5	28 7	68,6	19,7	67,6	41,4	41,4
23. V. 06	7^{50}	77,32	65,01	8,9	12,3	18,8	12,95	32,05	8,8	31,4	18,9	18,7
	8^{12}	77,31	65,01	8,95	12,4	18,8	12,95	32,05	8,95	31,3	18,9	18,7
	8^{01}	23,5	54,9	19,9	27,5	41,1	28,5	68,3	19,4	67,0	41,2	40,5
	3^{40}	77,33	64,99	8,95	12,3	18,6	12,9	31,95	8,85	31,15	18,6	18,45
	3^{55}	77,32	64,99	9,0	12,4	18,6	12,9	31,95	8,9	31,2	18,7	18,6
	3^{47}	23,6	53,7	20,0	27,5	40,7	28,4	68,1	19,6	66,6	40,7	40,5
	$8\frac{51}{}$	77,35	65,00	9,0	12,35	18,6	12,85	31,95	8,95	31,2	18,7	18,6
	$9\frac{10}{}$	77,33	64,98	9,05	12,4	18,6	12,9	31,95	8,95	31,2	18,7	18,6
	$9\frac{00}{}$	23,7	53,7	20,1	27,5	40,7	28,4	68,1	19,7	66,6	40,7	40,7
24. V. 06	6^{15}	81,14	84,80	15,5	30,0	67,35	33,35	67,2†	15,0	65,7†	70,6	68,8
	6^{35}	81,28	85,00	15,8	30,6	68,0	33,9	67,7	15,1	66,0	70,95	69,0
	6^{25}	46,2	224,5	34,5	66,0	140,7	72,1	330	33,0	322	146,5	142,8
	4^{15}	84,50	90,64	21,0	43,95	61,1**	48,7	79,6†	19,95	77,9†	63,7**	62,0**
	4^{35}	84,56	90,72	21,15	44,05	61,4	48,9	79,8	20,05	77,95	63,8	62,0
	4^{25}	65,5	277,0	46,4	94,5	185,8	103,7	385,6	43,5	377,6	189,5	187,4
	$9\frac{17}{}$	85,35	92,04	22,55	47,3	65,0	52,3	82,6	21,3	80,9	67,5	65,7
	$9\frac{35}{}$	85,32	92,09	22,8	47,6	65,05	52,5	82,7	21,3	80,95	67,55	65,7
	$9\frac{26}{}$	70,4	288,0	50,0	101,7	196,6	110,1	395,5	48,5	391,2	203,0	198,0
25. V. 06	7^{55}	86,23	93,58	24,1	51,3	69,1	56.45	85.9	22,8	84,0	71.9	69,95
	8^{23}	86,30	93,60	24,3	51,1	69,3	56,2	85,95	22,8	84,05	71,8	69,95
	8^{14}	75,8	302,5	53,0	110,0	208,7	118,0	414,0	49,7	403,4	215,0	210,0
	$9\frac{05}{}$	86,46	93,60	24,5	51,9	69,3	56,95	85,95	23,05	84,0	71,9	70,0
	$9\frac{24}{}$	86,45	93,62	24,8	52,0	69,6	57,0	86,0	23,2	84,1	72,0	70,05
	$9\frac{12}{}$	75,9	302,5	54,0	111,5	209,6	119,4	414,5	50,3	403,6	215,5	210,4
26. V. 06	11^{28}	86,74	94,31	25,05	53,2	71,2	58,5	87,4	23,7	85,65	73,9	71,95
	11^{50}	86,76	94,31	25,4	53,4	71,2	58,5	87,4	23,85	85,6	73,8	71,9
	11^{39}	78,7	309,3	55,2	114,3	213,5	122,5	421,0	51,8	413,0	221,0	215,5
	$8\frac{20}{}$	86,85	94,50	25,3	53,7	71,7	58,8	87,95	23,95	86,05	74,1	72,3
	$8\frac{50}{}$	86,85	94,51	25,6	53,8	71,8	58,9	88,0	24,0	86,2	74,2	72,3
	$8\frac{40}{}$	79,3	311,0	55,9	115,2	216,0	123,0	423,5	52,2	415	221,6	216 7
27. V 06	$5\frac{20}{}$	—	—	25,6	54,0	71,95	59,0	87,8	24,0	86,05	74,5	72,4
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		—	—	56,0	115,8	216,6	123,5	423,0	52,2	415	222,9	217,0
	9^{40}	86,96	94,58	25,7	54,0	71,8	59,0	87,75	24,0	86,1	74,4	72,6
	10^{10}	86,95	94,58	25,9	54,05	71,85	59,05	88,05	24,1	86,2	74,4	72,6
	9^{55}	80,0	313,7	56,5	116,3	216,7	123,5	223	82,3	415	222,5	217,5
28. V. 06	4^{18}	79,90	69,00	13,9	21,8	32,7	22,45	49,05	13,1	48,45	32,9	32,4
	4^{55}	79,74	68,93	13,9	21,65	32,5	22,25	48,9	13,1	48,2	32,65	32,2
	4^{36}	38,0	87,5	30,8	47,7	70,0	48,7	102,5	28,8	101,2	70,0	69,5
29. V. 06	8^{00}	78,10	65,94	10,65	15,0	22,05	15,4	35,95	10,35	35,2	22,2	22,0
	8^{20}	78,10	65,93	10,8	15,0	22,0	15,3	35,9	10,35	35,2	22,1	22,0
	8^{10}	28,0	61,2	24,0	33,2	48,0	33,7	76,0	22,7	74,6	48,0	48,0
30. V. 06.	6^{13}	77,90	65,47	10,2	13,8	20,05	14,0	33,3	10,0	32,9	20,2	20,0
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	6^{13}	27,0	57,8	22,6	30,6	43,8	30,7	70,8	22,0	70,0	44,0	43,7

Fortsetzung.

29	30	32	36	37	E	J	Q	Ω	E_p	t_o / t_u	Bemerkung
11,6	41,5	62,45	20,6	59,2	69,6	1,429	99,8	48,7	73,1	14,2	Beharrungszustand III
11,6	41,45	62,4	20,6	59,2	28,4	0,5895	16,75	47,8	46,9	13,0	11^{00} Heizung vermindert
25,6	88,2	41,8	44,9	313,4	—	—	—	—	—	—	
7,9	16,55	48,25	10,7	34,4	28,0	0,584	16,35	48,0	46,5	13,0	
7,9	16,45	48,05	10,65	34,4	—	—	—	—	—	12,4	
17,5	36,2	102,0	23,7	81,0	—	—	—			—	
7,4	13,0	43,8	9,45	30,05	28,3	0,588	16,64	48,3	76,4	13,2	
7,35	13,0	43,8	9,45	30,05	28,4	0,5895	16,74	47,9	—	12,0	
16,4	30,5	92,9	21,0	71,0	—	—	—	—	—	—	
7,05	12,9	41,85	9,0	28,35	28,05	0,586	16,44	47,8	75,5	13,0	
7,1	12,9	41,85	9,0	28,4	28,3	0,5905	16,70	47,8	—	12,5	
15,7	28,5	88,9	20,0	67,2	—	—	—	—	—	—	
7,1	12,9	41,6	8,95	28,05	28,2	0,590	16,64	47,8	75,2	13,0	
7,1	12,9	41,6	8,95	28,05	28,25	0,591	16,69	—	—	13,0	
15,7	28,5	88,4	20,0	66,3	—	—	—	—	—	—	
7,1	12,65	41,4	8,95	28,0	28,15	0,590	16,60	47,8	75,05	13,0	
7,1	12,65	41,4	8,95	28,0	28,3	0,592	16,75	—	—	12,9	
15,7	28,0	88,0	20,0	66,2	—	—	—	—	—	—	
7,05	12,4	41,2	8,9	27,9	28,2	0,5905	16,65	47,8	74,95	12,7	
7,05	12,45	41,15	8,9	27,9	28,4	0,594	16,84	—	75,2	13,0	Abteilung I u III
15,6	27,4	87,8	20,0	66,0	—	—	—	—		—	
7,1	12,2	40,85	8,9	27,7	28,1	0,5895	16,58	47,7	74,9	13,0	
7,1	12,4	41,05	8,9	27,7	28,3	0,592	16,75	—	—	13,0	Beharrungszustand Ib Abteilung II u. III 9^{55}—Heizung vergrößert
15,7	27,2	87,1	20,0	65,5	—	—	—	—	—	—	
7,1	12,45	41,05	8,95	27,75	28,3	0,5915	16,74	47,8	74,8	13,2	
7,15	12,4	41,05	8,9	27,75	82,1	1,71	140,4	48,0	84,1	13,0	
15,7	27,4	87,3	20,0	65,6	—	—	—	—	—	—	
10,0	30,9	69,0*	15,6	61,2†	81,9	1,68	137,5	48,7	83,8	14,0	* 500 Ω, † 300 Ω
10,0	31,0	69,2	15,6	61,2	82,3	1,70	140,4	—	—	13,1	
22,2	66,7	461	34,3	32,3	—	—	—	—	—	—	
12,05	44,55	78,0*	21,3	72,8†	82,4	1,68	138,4	49,0	119,7	14,2	** 100 Ω
12,1	44,65	78,05	21,3	72,8	82,9	1,69	140,2	49,0	—	13,2	
26,7	94,5	517	46,3	380	—	—	—	—	—	—	
12,6	48,0	80,55	22,9	75,8	83,0	1,68	139,4	49,4	119,6	14,5	
12,6	48,0	80,6	22,9	75,8	83,15	1,69	140,5	—	—	13,3	
27,8	101,5	553	49,9	395,4	—	—	—	—	—	—	
13,1	51,9	82,85	24,5	78,8	83,0	1,665	138,1	49,8	119,0	14,8	9^{00} bis 6^{00} Laden
13,15	51,95	82,9	24,45	78,9	—	—	—	—	—	13,5	
28,9	109,3	547	53,2	410	—	—	—	—		—	
13,3	52,3	83,05	25,0	79,0	83,6	1,665	139,1	50,2	117,5	15,0	
13,5	52,4	83,05	25,0	79,0	84,0	1,680	141,0	—	—	13,8	
29,5	110,2	548	54,3	410	—	—	—	—	—	—	
13,6	53,95	84,0	25,45	80,25	83,6	1,655	138,4	50,5	116,4	15,0	
13,7	53,95	84,05	25,45	—	84,0	1,67	140,2	—	—	13,8	
30,0	113,4	554	55,2	417	—	—	—	—	—	—	
13,7	54,05	84,7	25,7	80,3	84,0	1,66	139,4	50,6	116,1	15,1	
13,8	54,15	84,8	25,8	—	84,1	1,665	140,0	—	—	13,9	
30,3	113,7	559	56,0	420	—	—	—	—	—	—	
13,9	54,3	84,2	25,95	80,35	84,0	1,655	138,9	50,7	115,9	—	Beharrungszustand IV 10^{25} Heizung verkleinert
—	—	—	—	—	84,3	1,67	140,7	—	—	—	
30,5	114,0	556	56,2	418	—	—	—	—	—	—	
13,8	54,5	84,95	25,95	80,8	84,0	1,65	138,5	50,9	115,3	15,2	
13,85	54,45	84,95	25,9	80,9	29,5	0,583	—	—	—	14,0	
30,4	113,5	560	56,0	420	—	—	—	—	—	—	
9,3	21,35	59,95	13,3	43,1	29,0	0,590	17,10	49,2	36,0	15,2	
9,25	21,35	125	13,3	43,1	28,5	0,582	16,60	—	36,0	14,0	
20,6	46,5	46,1	29,3	100,8	—	—	—		—		
8,05	14,95	46,05	10,2	31,5	28,3	0,580	16,40	48,8	35,6	15,4	
8,1	14,95	97,6	10,2	—	—	—	—	—	—	14,4	Laden
18,0	32,8	43,05	22,6	74,3	—	—	—	—	—	—	
8,0	13,7	91,2	9,9	29,1	28,5	0,583	16,62	48,9	72,9	16,0	
—	—	—	—	—	28,6	0,585	16,72	—	—	14,8	
17,7	30,0	91,2	22,0	68,8	—	—	—	—	—	—	

Zahlentafel 1.

Zeiten		I	II	1	3	5	13	20	21	22	24	28
30. V. 06	4^{20}	77,90	65,36	10,4	13,8	20,0	14,0	33,05	10,1	32,6	20,0	19,4
	4^{25}	77,73	65,33	10,55	13,8	20,0	14,0	33,05	10,15	32,6	20,0	19,95
	4^{22}	26,4	57,0	23,3	30,6	43,7	30,7	70,3	22,2	69,5	43,5	42,7
	$8^{\frac{25}{}}$	77,80	65,30	10,4	13,85	19,95	13,95	33,0	10,1	32,4	20,0	19,9
	$8^{\frac{45}{}}$	77,75	65,25	10,4	13,9	19,95	13,95	32,95	10,0	32,4	20,0	19,9
	$8^{\frac{35}{}}$	26,2	56,2	23,1	30,8	43,7	30,6	70,1	22,1	69,0	43,5	43,5
31. V. 06	3^{10}	—	—	10,5	13,9	19,95	14,0	32,95	10,2	32,3	19,95	19,9
	3^{25}	—	—	10,55	13,9	19,95	14,0	32,9	10,2	32,3	19,95	19,9
	3^{17}	—	—	23,3	30,8	43,7	30,7	70,0	22,4	68,8	43,4	43,5

Ausrechnung des Versuches mit Asbest.

Durchmesser der äußeren Kugel . . . . . 0,600 m
» » inneren » . . . . . 0,150 m
Füllung der Kugel G . . . . . 64,09 kg
Volumen der Füllung V . . . . . 0,111 m^3
Dichte » » $d = \frac{G}{V}$ . . . . . 576 kg m^{-3}

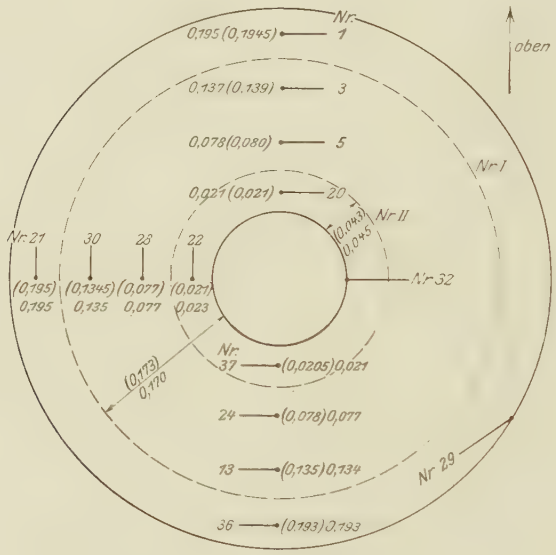

Fig. 29.

Beharrungszustand I.

α) Radius senkrecht nach oben:

Abstand r m	0,096	0,155	0,214	0,269
Thermoelement Nr. . .	20	5	3	1
Temperatur t I	65,2	38,3	25,5	18,2
» Ia . . .	68,8	41,7	29,0	20,0
» Ib . . .	68,1	40,7	27,5	20,0
» Ic . . .	70,0	43,7	30,8	23,2
Mittel	68,0	41,1	28,2	20,3
$r - rt$	6,52	6,37	6,03	5,42

Fortsetzung.

29	30	32	38	37	E	J	Q	Ω	E_p	$\frac{t_o}{t_u}$	Bemerkung
8,3	13,8	43,2	10,0	29,05	28,5	0,583	16,60	48,9	74,7	16,5	
8,2	13,85	43,15	10,0	—	28,65	0,586	16,78	—	73,3	15,3	
18,3	30,4	91,7	22,2	68,7	—	—	—	—	—	—	
8,1	13,7	42,05	9,9	28,9	28,5	0,584	16,65	48,8	37,0	17,0	
8,15	13,7	42,05	9,9	—	28,65	0,5865	16,80	—	—	15,5	Beharrungszustand Ic
18,0	30,2	91,1	22,0	68,3	—	—	—	—	—	—	
8,5	13,8	42,95	10,0	28,95	28,5	0,582	16,65	49,0	38,65	17,0	
8,1	13,8	42,95	10,0	—	—	—	—	—	—	15,4	3^{30} Heizung abgeschaltet
18,4	30,4	91,1	22,2	68,5	—	—	—	—	—	—	

β) wagerechter Radius:

Abstand r m	0,098	0,152	0,210	0,270
Thermoelement Nr. . .	22	28	30	21
Temperatur t I	64,0	38,3	25,5	17,7
» Ia . . .	67,5	41,7	28,7	20,5
» Ib . . .	66,6	40,6	27,3	19,7
» Ic . . .	68,9	43,5	30,3	22,2
Mittel	66,8	41,0	28,0	20,0
$v = rt$	6,54	6,24	5,88	5,40

γ) Radius senkrecht nach unten:

Abstand r m	0,096	0,152	0,209	0,268
Thermoelement Nr. . .	37	24	13	36
Temperatur t I	62,9	38,5	26,3	18,0
» Ia . . .	66,7	41,6	28,8	20,3
» Ib . . .	65,6	40,7	28,4	20,0
» Ic . . .	68,4	43,5	30,6	22,1
Mittel	67,9	41,1	28,5	20,1
$v = rt$	6,52	6,24	5,96	5,39

	innere Kugel Nr. 32	äußere Kugel Nr. 29	Widerstandsthermometer II	Widerstandsthermometer I
Abstand r	0,075	0,300	0,120	0,245
Temperatur I	83,3	14,3	51,0	22,1
» Ia	87,7	16,9	54,1	25,4
Ib	87,2	15,7	53,7	23,7
Ic	91,1	18,2	56,2	26,2
Mittel	87,3	16,3	53,7	24,3
$v = rt$	6,55	4,89	6,44	5,95

Heizung	Watt	$\frac{WE}{st}$
I	16,70	14,35
Ia	17,75	15,26
Ib	16,67	14,34
Ic	16,61	14,28
Mittel	16,93	14,55

t °C	78	67	41	28	20	17
C	6,6	6,8	7,1	7,5	8,3	8,6
k $\frac{WE}{st\ m\ °C}$ . . .	0,176	0,171	0,163	0,155	0,139	0,135

Beharrungszustand II.

α) Radius senkrecht nach oben:

Abstand r m	0,096	0,155	0,214	0,216
Thermoelement Nr.	20	5	3	1
Temperatur t II	167,2	90,4	52,7	31,1
» IIa	168,9	91,7	54,0	32,2
Mittel	168,0	91,0	53,3	31,6
$v = rt$	16,14	14,10	11,40	8,50

β) horizontaler Radius:

Abstand r m	0,098	0,152	0,210	0,270
Thermoelement Nr.	22	28	30	21
Temperatur t II	163,7	90,5	52,2	29,1
» IIa	165,5	90,9	53,5	30,6
Mittel	164,6	90,7	52,8	29,8
$v = rt$	16,13	13,78	11,09	8,04

γ) Radius senkrecht nach unten:

Abstand r m	0,096	0,152	0,209	0,268
Thermoelement Nr.	37	24	13	36
Temperatur II	163,7	91,4	55,1	30,1
» IIa	165,8	92,9	56,7	31,2
Mittel	164,8	92,1	55,9	30,6
$v = rt$	15,82	14,00	11,68	8,20

	innere Kugel	äußere Kugel	Widerstandsthermometer	
Nr.	32	29	II	I
Abstand r m	0,075	0,300	0,120	0,245
Temperatur II	221,2	20,0	127,3	40,0
» IIa	223,4	21,5	128,6	41,1
Mittel	222,3	20,7	128,0	40,5
$v = rt$	16,66	6,21	15,36	9,92

Heizung	Watt	WE/st
II	49,50	42,56
IIa	49,80	42,82
Mittel	49,65	42,69

$t^0 C$	220	165	90	55	30	20
C	18,4	18,8	20,3	22,2	24,9	27,1
k $\frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$	0,184	0,180	0,167	0,153	0,136	0,125

Beharrungszustand III.

α) Radius senkrecht nach oben

Abstand rm	0,096	0,155	0,214	0,269
Thermoelement Nr.	20	5	3	1
Temperatur t	320,6	164,4	89,2	45,7
$v = rt$	30,75	25,48	19,09	12,29

β) wagerechter Radius

Abstand rm	0,098	0,152	0,210	0,270
Thermoelement Nr. .	22	28	30	21
Temperatur t	313,4	164,4	89,0	43,5
$v = rt$	30,72	25,00	18,69	11,75

γ) Radius senkrecht nach unten

Abstand rm	0,096	0,152	0,209	0,268
Thermoelement Nr. .	37	24	13	36
Temperatur t	316,4	169,0	95,8	45,7
$v = rt$	30,37	25,70	20,01	12,25

	innere Kugel	äußere Kugel	Widerstandsthermometer	
Nr.	32	29	II	I
Abstand rm	0,075	0,300	0,120	0,245
Temperatur	424	26,7	235,1	62,5
$v = rt$	31,50	8,01	28,21	15,30

Heizung: 100,9 Watt = 86,72 WE st^{-1}

$t^0 C$ . . .	425	320	165	90	45	27
C	35,5	37,6	40,4	43,8	47,6	49,7
$k \frac{WE}{st\ m\ ^0C}$.	0,195	0,184	0,171	0,158	0,145	0,139

Beharrungszustand IV.

α) Radius senkrecht nach oben

Abstand rm	0,096	0,155	0,214	0,269
Thermoelement Nr. .	20	5	3	1
Temperatur t IV . .	423	216,7	116,3	56,5
$v = rt$	40,60	33,58	24,9	15,19

β) wagerechter Radius

Abstand rm	0,098	0,152	0,210	0,270
Thermoelement Nr. .	22	28	30	21
Temperatur	415	217,5	113,5	52,3
$v = rt$	40,64	33,06	23,83	14,12

γ) Radius senkrecht nach unten

Abstand rm	0,096	0,152	0,209	0,268
Thermoelement Nr. .	37	24	13	36
Temperatur t . . .	420	222,5	123,5	56,0
$r = rt$	40,30	33,82	25,80	15,0

	innere Kugel	äußere Kugel	Widerstandsthermometer	
Nr.	32	29	II	I
Abstand rm	0,075	0,300	0,120	0,245
Temperatur t . . .	560	30,4	313,7	80,0
$v = rt$	42,0	9,12	37,66	19,60

Heizung: 139,0 Watt = 119,5 WE st^{-1}

$t^0 C$ . . .	560	420	220	120	55	30
C	47,1	49,4	53,3	59,0	66,5	68,7
$k \frac{WE}{st\ m\ ^0C}$.	0,202	0,193	0,178	0,161	0,143	0,139

Zahlentafel 2.

Zeiten		1	3	5	13	20	21	22	24	28	29	30
26. VI. 06		8,3	8,5	8,6	8,05	8,8	8,05	8,6	8,25	8,6	7,6	8,3
		8,2	8,4	8,5	8,0	8,8	8,05	8,6	8,3	8,5	7,6	8,2
	8^{30}	18,4	18,8	18,8	17,7	19,4	17,7	19,0	18,3	19,0	16,8	18,4
27. VI. 06	7^{40}	10,15	12,4	16,8	12,05	31,25	9,9	30,05	17,15	16,5	8,0	11,85
	7^{55}	10.1	12,3	16,8	12,05	31,3	9,85	30,0	17,15	16,5	8,0	11,9
	7^{50}	22,4	27,4	36,8	26,4	66,8	21,7	64,2	37,5	35,2	17,7	26,3
	2^{35}	10,5	12,95	18,0	12,9	33,0	10,1	31,8	18,3	17,7	8,2	12,35
	2^{50}	10,4	12,95	17,9	12,7	33,0	10,05	31,8	18,2	17,7	8,05	12,3
	2^{42}	23,2	28,7	39,5	28,2	70,2	22,3	67,8	39,9	38,8	18,0	27,1
	$8^{\frac{40}{}}$	10,7	13,35	18,8	13,1	34,05	10,25	32,85	19,1	18,4	8,2	12,8
	$8^{\frac{50}{}}$	10,7	13,4	18,85	13,1	34,05	10,3	32,9	19,1	18,5	8,2	12,9
	$8^{\frac{45}{}}$	23,7	29,7	41,1	28,9	72,3	22,7	70,0	41,6	40,5	18,2	28,3
28. VI. 06	8^{23}	11,0	14,0	20,0	13,8	35,3	10,5	34,0	20,2	19,55	8,3	13,3
	8^{35}	11,0	14,05	20,0	13,8	35,3	10,5	34,05	20,15	19,55	8,3	13,3
	8^{29}	24,4	31,1	43,7	30,3	74,9	23,1	72,2	44,0	42,7	18,4	29,3
	5^{47}	11,2	14,5	20,8	14,0	36,0	10,7	34,65	20,8	20,05	8,6	13,8
	6^{11}	11,3	14,5	20,7	14,1	36,05	10,8	34,6	20,75	20,05	8,5	13,8
	5^{55}	25,0	32,1	45,3	31,0	73,3	23,6	73,4	45,2	43,7	19,0	30,3
29. VI. 06	10^{15}	11,4	15,0	21,5	14,6	37,0	10,9	35,6	21 5	21,0	8,5	14,1
	10^{33}	11,5	15,0	21,4	14,6	37,0	11,0	35,5	21,5	21,0	8,5	14,1
	10^{25}	25,4	33,2	47,0	32,1	78,3	24,2	75,5	46,7	45,8	18,9	31,0
	$6^{\frac{53}{}}$	11,5	15,15	21,85	14,75	37,4	11,0	36,0	21,85	21,25	8,5	14,3
	$7^{\frac{13}{}}$	11,6	15,15	21,75	14,7	37,3	11,0	35,9	21,8	21,25	8,55	14,3
	$7^{\frac{10}{}}$	25,6	33,6	47,6	32,3	79,0	24,2	76,2	47,3	46,3	18,9	31,5
30. VI. 06	10^{45}	11,3	15,25	21,65	14,6	36,0	10,7	34,6	21,4	21,0	8,0	14,1
	11^{01}	11,4	15.2	21,7	14,5	36,0	10,8	34,6	21,5	20,9	8,0	14,1
	10^{52}	25,2	33,7	47,3	32,0	76,1	23,7	73,4	46,7	45,7	17,7	31,0
	5^{55}	11,3	15,1	21,8	14,65	37,25	10,8	35,9	21,7	21,1	8,2	14,1
	6^{14}	11,3	15,1	21,75	14,7	37,2	10,8	35,9	21,7	21,1	8,3	14,2
	6^{10}	25,1	33,6	47,6	32,3	78,6	23,7	76,0	47,1	46,1	18,3	31,2
1. VII. 06	9^{14}	11,1	15,3	22,1	14,9	37,9	10,8	36,6	22,1	21,75	8,2	14,4
	9^{30}	11,1	15,25	22,05	14,9	37,9	10,8	36,6	22,1	21,7	8,15	14,3
	9^{22}	24,6	33,9	48,2	32,7	80,0	23,7	77,5	48,0	47,4	18.2	31,6
	$6^{\frac{4}{}}$	11,15	15,25	22,1	15,0	38,0	10,8	36,7	22,1	21,7	8,2	14,4
	$6^{\frac{58}{}}$	11,2	15,3	22,15	15,0	38,0	10,8	36,7	22,1	21,75	8,2	14,4
	$6^{\frac{50}{}}$	24,8	33,9	48,3	32,9	80,3	23,7	77,7	48,0	47,4	18,2	31,7
2. VII. 06	9^{17}	11,05	15 3	22,15	14,95	38,0	10,7	36,55	22,1	21,8	8,0	14,35
	9^{35}	11,1	15 3	22,2	15 0	37,9	10,65	36,7	22,1	21,8	8,05	14,4
	9^{25}	24,5	33,9	48,4	33,0	80,3	23,5	77,7	48,0	47,6	17,7	31,7
	4^{15}	11,1	15,3	22,3	15,0	38,1	10,8	37,0	22,2	21,95	8,2	14,55
	4^{30}	11,2	15,5	22,3	15,0	38,2	10,85	37,0	22,2	21,95	8,2	14,6
	4^{22}	24,8	34,0	48,7	33,0	80,5	23,7	78,3	48,1	48,0	18,2	32,0
	$9^{\frac{15}{}}$	11,1	15,4	22,35	15,05	38,25	10,8	37,0	22,35	21,95	8,1	14,6
	$9^{\frac{30}{}}$	11,1	15,45	22,35	15,05	38,4	10,85	37,0	22,35	21,95	8,1	14,6
	$9^{\frac{22}{}}$	24,6	34,1	48,7	33,1	81,0	23,7	78,3	48,4	48,0	18,0	32,0
3. VII. 06	8^{30}	11,1	15,5	22,55	15,1	38,4	10,85	37,05	22,6	22,0	8,15	14,7
	8^{45}	11,1	15,5	22,55	15,15	38,3	10,9	37,1	22,5	22,0	8,2	14,7
	8^{37}	24,6	34,3	49,2	33,2	81,0	24,0	78,5	48,8	48,1	18,2	32,3
	3^{10}	11,2	15,6	22,5	15,2	38,2	11,05	37,0	22,5	22,05	8,5	14,9
	3^{23}	11,25	15,6	22,35	15,2	38,2	11,05	37,0	22,5	22,05	8,55	14,85
	3^{16}	24,9	34,5	48,9	32,4	80,7	24,3	78,3	48,7	48,2	18,8	32,7
	$8^{\frac{35}{}}$	—	—						—	—	—	—
4. VII. 06	8^{35}	12,3	18,35	29,9	18,1	57,5	12,0	55,5	30,1	29,1	8,7	17,1
	8^{47}	12,4	18,4	29,9	18,1	57,5	12,0	55,55	30,1	29,05	8,75	17,2
	8^{41}	27,5	40,6	64,4	39,7	119,4	26,3	115,4	64,5	63,8	19,4	32,7
	3^{02}	13 0	19,4	31,65	19,1	59,95	12,5	57,8	31,95	30,95	9,0	18,1
	3^{15}	13,0	19,4	31,65	19,15	59,95	12,4	57,7	31,95	30,95	9,0	18,15
	3^{08}	28,8	42,7	68,0	41,8	124,2	27,4	120,0	68,2	66,5	20,0	39,8
	$9^{\frac{25}{}}$	13,2	20,2	33,0	20,0	61,8	12,8	59,5	33,0	31,1	8,95	18,9
	$9^{\frac{45}{}}$	13,2	20,2	33,0	20,0	61,7	12,75	59,3	33,0	32,05	8,95	18,95
	$9^{\frac{40}{}}$	29,3	44,4	70,7	43,7	128,0	28,1	123,2	70,3	69,0	19,9	41,3
5. VII. 06	8^{45}	13,55	21,15	34,4	20,7	63,3	13,0	61,0	34,2	33,5	8,95	19,65
	9^{00}	13,6	21,2	34,4	20,7	63,3	13,0	61,0	34,25	33,45	8,95	19,7
	8^{52}	30,2	46,6	73,6	45,2	131,0	28,5	126,4	72,7	71,8	19,9	43,0

Untersuchung von Korkmehl.

32	36	37	E	J	Q	Ω	Ep	t_o	t_u	Bemerkungen
8,6	7,7	8,3	16,05	0,330	5,30	48,6	36,95	18,0	17,0	Abteilung I [1]
8,6	7,7	8,3	—	—	—	—	—	—		
19,0	17,2	19,2	—	—	—	—	—	—	—	Beginn
41,0	9,35	27,3	16,05	0,329	5,28	48,8	36,8	18,6	17,2	
41,0	9,35	—	16,1	0,3295	5,31	—	—	—	—	
87,2	20,8	64,6	—	—	—	—	—	—	—	
42,8	9,8	28.9	16,05	0,330	5,30	48,6	36,75	19,0	17,8	
42,8	9,7	—	—	—	—	—	—	—	—	
90,8	21,7	68,3	—	—	—	—	—	—	—	
43,75	9,95	29,9	16,05	0,3295	5,29	48,7	36,7	19,0	17,7	
43,7	9,95	—	—	—	—	—	—	—	—	
92,7	22,1	70,6	—	—	—	—	—	—	—	
44,95	10,0	30,95	16,0	0,328	5,25	48,8	36,7	19.4	17,8	
45,0	10,0	—	16,1	0,329	5,30	—	36,5	—	—	Abteilung II
95,3	22,2	73,0	—	—	—	—	—	—		
45,25	10,2	31,4	16,05	0,326	5,26	49,2	36,2	20 3	18,4	Beobachter:
45,3	10,15	—	16,1	0,3275	5,28	49,2	—	—	—	Frl Hilde Mollier
96,0	22,4	74,0	—	—	—	—	—	—	—	
46,2	10,3	32,1	16,0	0,327	5,24	48,9	36,2	20,6	18,6	Beobachter:
46,2	10,35	—	16,1	0,327	5,26	—	—	—	—	Hilde Mollier
97,8	22,8	75,7	—	—	—	—	—	—	—	
46,8	10,4	32,5	16,1	0,329	5,30	48,9	36,15	20,7	18,7	Beobachter:
46,7	10,4	—	—	—	—	—	—	—	—	Hilde Mollier
99,0	23,1	76,5	—	—	—	—	—			
44,1	10,1	31,0	15,1	0,308	4,65	49,0	34,15	20,5	17,5	Beobachter:
44,1	10,0	—	16,1	0,329	5,30	—	36,15	—	—	Hilde Mollier
93,7	22,3	73,1	—	—	—	—	—	—	—	Abteilung III
46,6	10,1	32,3	16,1	0,329	5,30	48,9	36,05	20,0	18,0	Beobachter:
46,7	10,2	—	—	—	—	—	—	—	—	Hilde Mollier
98,8	22,5	76,1	—	—	—	—	—	—	—	
47,3	10,3	32,9	16,1	0,329	5,30	48,9	36,0	19,2	17,9	Beobachter:
47,3	10,3	—	—	—	—	—	—	—	—	Hilde Mollier
100,0	22,9	77,5	—	—	—	—	—			
47,4	10,3	32,9	16,1	0,328	5,28	49,1	36,0	19,2	17,9	Beobachter:
47,3	10,25	—	—	—	—	—	—	—	—	Hilde Mollier
100,1	22,8	77,5	—	—	—	—	—		—	
47,1	10,1	32,8	16,0	0,327	5,23	49,0	35,9	—	—	
47,2	10,1	—	—	—	—	—	—	—	—	
99,7	22,4	77,3	—	—	—	—		—		
48,0	10,4	33,2	16,15	0,330	5,33	49,0	36,0	—	—	
48,0	10,4	—	16,05	0,329	5,28	—	—		—	
101,5	23,1	78,2	—	—	—	—	—		—	
47,9	10,35	33,1	16,1	0,3295	5,31	49,1	36,0	—	—	
47,9	10,35	—	—	—	—	—	—	—	—	
101,3	23,0	78,0	—	—	—	—	—	—	—	Beharrungs-
48,0	10,35	33,2	16,05	0,329	5,28	48.8	36,0	18,0	17,5	zustand I
48,0	10,4	—	—	—	—	—	—	—	—	
101,5	23,0	78,0	—	—	—	—	—	—	—	
48,0	10,7	33,2	16,05	0,328	5,26	48,9	36,0	19,2	18,0	
48,0	10,65	33,2	—	—	—	—	—	—	—	
101,5	23,7	78,2	21,95	0,448	9,84	—	—	—	—	5^{25} Heizung ver-
63,2	—	—	21,95	0,447	9,81	49,1	—	—	—	[stärkt
74,4	11,55	49,8	21,95	0,447	9,81	49,1	35,95	19,0	17,8	
74,4	11,55	—	—	—	—	—		—	—	
153,7	25,5	115,3	—	—	—	—	—	—	—	
76,8	12,0	51,8	22,0	0,447	9,83	49,2	35,9	20,0	18,0	
76,9	12,0	—	22,0	0,448	9,85	—	36,65	—	—	Abteilung I
158,5	26,5	119,8	—	—	—	—	—	—	—	
78,6	12,15	53,05	22,0	0,448	9,85	49,2	36,6	19,6	18,1	
78,6	12,1	—	—	—	—	—	—	—	—	
161,9	26,7	122,5	—	—	—	—	—	—	—	
80,05	12,5	54,5	22,0	0,447	9,83	49,2	36,6	19,5	18,0	
80,05	12,4	—	—	—	—	—	—	—	—	
164,7	27,5	125,7	—	—	—	—	—	—	—	

[1]) Die Akkumulatorenbatterie konnte in 3 Teilen benutzt werden.

Zahlentafel 2.

Zeiten		1	3	5	13	20	21	22	24	28	29	30
5. VII. 06	2^{45}	13,8	21,6	34,95	21,0	63,85	13,15	61,6	34,85	34,0	9,0	20,0
	2^{55}	13,9	21,7	34,9	21,0	63,75	13,15	61,6	34,75	34,0	9,0	20,05
	2^{30}	30,8	47,7	74,7	45,8	132,1	28,9	127,6	74,0	72,9	20,0	43,7
6. VII. 06	8^{30}	14,15	22,6	36,0	21,8	64,6	13,6	62,2	35,6	34,9	9,0	20,8
		31,4	49,7	76,9	47,5	133,6	29,9	128,9	75,5	74,7	20,0	45,5
	9^{00}	14,8	23,0	36,7	22,15	64,3	13,9	62,05	36,05	35,4	9,0	21,2
		31,7	50,5	78,4	48,3	133,0	30,5	128,5	76,5	75,7	20,0	46,3
7. VII. 06	9^{00}	14,15	22,95	36,4	22,0	65,05	13,7	62,85	36,0	35,2	8,95	21,0
	9^{15}	14,2	23,0	36,4	22,0	65,05	13,6	62,8	35,95	35,15	8,95	21,0
	9^{06}	31,5	50,5	77,7	48,0	134,5	29,9	130,0	76,9	75,1	19,9	45,9
	2^{22}	14,1	22,95	36,7	22,05	65,5	13,7	63,05	36,0	35,3	9,0	21,1
	2^{55}	14,25	23,0	36,65	22,1	65,5	13,8	63,1	36,0	35,3	8,95	21,2
	2^{30}	31,5	50,5	78,3	48,3	135,5	30,2	130,6	76,3	75,5	20,0	46,2
	9^{45}	14,2	23,0	36,85	22,1	65,8	13,7	63,2	36,1	35,3	8,95	21,2
	9^{25}	14,3	23,1	36,8	22,15	65,8	13,7	63,2	36,05	35,4	8,95	21,25
	9^{20}	31,6	50,6	78,5	48,3	136,0	30,1	130,8	76,5	75,9	19,9	46,3
8. VII. 06	8^{10}	14,1	23,0	36,9	22,1	65,85	13,6	63,2	36,05	35,5	8,85	21,2
	8^{20}	14,25	23,1	36,85	22,1	65,75	13,65	63,2	36,05	35,3	8,85	21,3
	8^{37}	31,4	50,6	78,7	48,3	136,0	30,0	130,8	76,4	76,0	19,6	46,4
	8^{02}	13,5	20,65	30,25	19,7	47,7	13,05	46,0	29,5	29,4	8,8	19,35
	8^{15}	13,7	20,8	30,1	19,8	47,55	13,05	46,0	29,45	29,35	8,8	19,3
	8^{42}	30,4	45,5	64,8	43,2	99,5	28,7	96,4	63,1	63,5	19,5	42,2
9. VII. 06	8^{18}	12,7	18,55	26,85	17,8	43,2	12,2	41,85	26,1	26,0	8,5	17,3
	8^{35}	12,7	18,55	26,6	17,8	43,15	12,15	41,7	26,1	26,0	8,5	17,3
	8^{25}	28,2	40,9	56,8	39,0	90,8	26,8	88,0	56,2	56,1	18,9	38,0
	2^{43}	12,4	18,0	25,95	17,2	42,15	12,0	40,9	25,3	25,05	8,65	16,95
	2^{58}	12,5	18,0	25,85	17,15	42,05	12,0	40,9	25,3	25,0	8,7	16,95
	2^{50}	27,5	39,7	56,0	37,7	88,5	26,4	86,2	54,5	54,4	19,3	37,2
	8^{32}	12,3	17,7	25,25	17,0	41,7	12,0	40,15	24,95	24,6	8,7	16,6
	8^{45}	12,4	17,7	25,2	17,0	41,7	12,0	40,15	24,95	24,6	8,7	16,7
	8^{30}	27,4	39,1	54,7	37,3	87,8	26,3	84,7	53,8	53,6	19,3	36,6
10. VII. 06	8^{00}	12,1	17,1	24,6	16,35	40,4	11,8	39,05	24,2	24,0	8,7	16,1
	8^{20}	12,15	17,1	24,5	16,6	40,35	11,85	39,0	24,2	23,95	8,7	16,2
	8^{10}	26,9	37,8	53,4	36,4	85,2	25,9	82,3	52,2	52,3	19,3	35,1
	2^{10}	12,05	16,95	24,1	16,3	40,2	11,8	38,9	23,95	23,55	8,8	16,0
		26,7	37,5	52,4	35,7	84,7	25,9	82,1	51,8	51,3	19,5	35,1
	9^{10}	12,0	16,85	24,05	16,2	40,15	11,6	38,8	23,9	23,4	8,65	15,95
	9^{20}	12,0	16,9	24,0	16,2	40,1	11,6	38,7	23,85	23,3	8,65	15,95
	9^{10}	25,6	37,3	52,2	35,5	84,5	25,5	81,7	51,6	50,8	19,2	35,0
11. VII. 06	7^{50}	12,05	16,8	24,0	16,2	40,05	11,65	38,7	23,85	23,3	8,85	15,9
	8^{10}	12,1	16,85	23,95	16,2	40,0	11,7	38,6	23,8	23,25	8,85	15,9
	8^{00}	26,8	37,1	52,2	35,5	84,3	25,7	81,6	51,4	50,8	19,7	34,9
	2^{25}	12,3	16,95	24,0	16,3	39,95	12,0	38,6	23,8	23,4	9,05	16,0
	2^{35}	12,35	17,0	23,95	16,35	39,95	12,0	38,55	23,8	23,3	9,05	16,0
	2^{27}	27,5	37,6	52,2	35,7	84,2	26,3	81,5	51,4	51,0	20,0	35,1
	9^{07}	12,2	16,9	24,0	16,3	40,0	12,0	38,5	23,8	23,3	9,0	16,0
	9^{22}	12,3	16,95	24,0	16,25	39,95	11,95	38,45	23,8	23,2	9,0	16,0
	9^{15}	27,2	37,4	52,2	35,6	84,2	26,3	81,4	51,4	50,8	20,0	35,1
12. VII. 06	7^{50}	12,15	16,85	24,0	16,1	40,0	11,8	38,45	23,7	23,15	8,85	15,85
	8^{05}	12,2	16,85	23,95	16,1	40,0	11,8	38,45	23,65	23,1	8,85	15,9
	7^{57}	27,0	37,3	52,1	35,1	84,3	25,9	81,2	51,5	50,4	19,7	34,8
	8^{30}	12,05	16,6	23,7	16,05	39,8	11,7	38,2	23,45	23,0	8,95	15,7
		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	8^{42}	26,8	36,7	51,6	35,3	84,0	25,7	80,7	50,7	50,2	19,8	34,5
13. VII. 06	8^{14}	12,0	16,55	23,9	16,05	39,95	11,6	38,3	23,6	23,05	8,8	15,65
	8^{26}	12,0	16,6	23,7	16,05	39,95	11,55	38,2	23,55	23,05	8,8	15,6
	8^{20}	26,7	36,7	51,8	35,3	84,2	25,5	80,7	51,0	50,1	19,6	34,2
	2^{45}	11,5	16,2	23,5	15,9	39,8	11,35	38,2	23,45	22,95	8,6	15,45
	3^{02}	11,9	16,4	23,5	15,95	39,8	11,4	38,2	23,4	22,95	8,55	15,4
	2^{55}	26,0	36,0	51,2	34,9	84,0	25,1	80,7	50,6	50,1	19,1	33,8
	9^{24}	11,5	16,15	23,3	15,8	39,1	11,3	38,0	23,2	22,85	8,6	15,3
	10^{10}	11,65	16,2	23,3	15,85	39,1	11,3	38,0	23,15	22,8	8,6	15,25
	10^{05}	25,7	35,8	50,7	34,9	83,1	24,7	80,3	50,2	49,8	19,1	33,6
14. VII. 06	8^{15}	11,15	16,0	23,25	15,55	39,8	11,0	38,0	23,05	22,5	8,0	15,0
	8^{27}	11,35	16,0	23,2	15,6	39,8	11,0	38,0	23,05	22,5	8,0	15,0
	8^{21}	25,0	35,5	50,5	34,3	84,0	24,2	80,3	50,0	49,1	17,7	32,9

Fortsetzung.

32	36	37	E	J	Q	Ω	E_p	t_o	t_u	Bemerkungen
80,65	12,7	54,95	21,95	0,447	9,81	49,1	36,5	20,0	18,2	3^{15} bis 7^{00} Laden der Batterie
80,7	12,7	—	—	—	—	—	—	—	—	
166,0	28,0	126,9	—	—	—	—	—	—	—	
80,95	12,95	55,35	21,7	0,442	9,59	49,1	73,8	19,6	18,0	7^{00} bis 5^{00} Laden Abteilung I u. II
166,4	28,6	127,7	—	—	—	—	—	—	—	
79,95	13,1	55,2	22,05	0,449	9,90	49,1	76,0	19,7	18,4	
164,5	28,9	127,4	—	—	—	—	—	—	—	
81,65	13,0	55,8	21,9	0,4455	9,75	49,2	75,5	19,2	18,0	
81,65	13,0	—	22,0	0,448	9,85	—	—	—	—	
167,8	28,6	127,7	—	—	—	—	—	—	—	
82,2	13,05	56,0	22,0	0,449	9,88	49,0	75,3	19,2	18,0	
82,2	13,05	—	—	—	—	—	—	—	—	
169,0	28,8	129,1	—	—	—	—	—	—	—	Beharrungszustand II
82,3	13,05	56,1	22,0	0,449	9,98	49,0	75,3	19,1	17,9	
82,35	13,05	—	—	—	—	—	—	—	—	
169,0	28,8	129,3	—	—	—	—	—	—	—	
82,2	13,0	56,0	22,0	0,4485	9 87	49,1	75,0	19,0	17,6	
82,25	13,0	—	16,15	0,3295	5,32	—	—	—	—	8^{53} Heizung vermindert
168,8	28,7	129,1	—	—	—	—	—	—	—	
57,0	12,3	40,95	16,1	0,330	5,32	48,8	75,2	19,0	18,0	
57,0	12,3	—	—	—	—	—	—	—	—	
119,4	27,2	95,8	—	—	—	—	—	—	—	
52,8	11,55	37,5	16,1	0,3295	5,31	48,9	75,05	19,0	17,8	
52,8	11,5	—	16,2	0,3305	5,36	—	115,6	—	—	Abt. I u. II u. III
111,0	25,4	88,0	—	—	—	—	—	—	—	
52,0	11,5	36,35	16,2	0,3305	5,35	49,1	115,4	19,5	18,2	
52,0	11,45	—	—	—	—	—	—	—	—	
109,5	25,4	84,4	—	—	—	—	—	—	—	
51,2	11,4	35,85	16,2	0,330	5,34	49,1	115,4	19,6	18,2	
51,2	11,4	—	16,2	0,3305	5,35	—	78,9	—	—	Abteilung II u. III
107,9	25,2	84,3	—	—	—	—	—	—	—	
49,6	11,2	34,7	15,8	0,320	5,06	49,3	76,6	19,8	18,2	
49,55	11,2	—	16,2	0,330	5,34	—	73,05	—	—	Abteilung I u. III
104,6	24,8	81,6	—	—	—	—	—	—	—	
49,9	11,1	34,5	16,2	0,330	5,34	49,1	73,0	—	—	
105,2	24,6	81,1	—	—	—	—	—	—	—	
49,7	11,05	34,5	16,2	0,330	5,34	49,1	73,05	20,0	18,3	
49,7	11,05	—	—	—	—	—	—	—	—	
104,8	24,5	81,1	—	—	—	—	—	—		
49,55	11,1	34,4	16,1	0,3295	5,30	49.1	73,0	20,0	18,5	
49,55	11,1	—	—	—	—	—	—	—	—	
104,5	24,5	81,0	—	—	—	—	—	—	—	
49,5	11,4	34,4	16,1	0,3295	5,30	49,1	73,0	20,7	19,0	
49,4	11,4	—	—	—	—	—	—	—		
104,4	25,2	81,0	—	—	—	—	—	—	—	
49,2	11,3	34,35	16,1	0,3285	5,30	49,0	72,9	20,5	19,0	
49,25	11,3	—	16,2	0,330	5,34	—	—	—	—	
103,8	25,0	80,9	—	—	—	—	—	—	—	
49,3	11,15	34,2	16,1	0,330	5,31	48,9	72,65	20,0	18,7	
49,3	11,1	—	—	—	—	—	—	—		
104,0	24,6	80,5	—	—	—	—	—	—	—	
49,15	11,1	34,1	16,05	0,328	5,26	49,0	76,0	20,0	18,3	3^{00} bis 6^{00} Laden
—	—	—	16,2	0,3295	5,34	—	—	—	—	
103,8	24,5	80,3	—	—	—	—	—	—	—	
49,1	11,05	34,15	16.1	0,329	5,30	49,0	75,45	19,3	18,1	
49,1	11,05	—	16,15	0,330	5,33	—	—	—	—	
103,7	24,5	80,4	—	—	—	—	—	—	—	
49,15	10,95	34,05	16,1	0,330	5,32	48,8	75,2	19,0	18,2	
49,1	10,95	—	—	—	—	—	—	—	—	Beharrungszustand Ia
103,7	24,2	80,1	—	—	—	—	—	—	—	
49,0	10,9	33,95	16,1	0,329	5,30	49,0	75,0	—	—	
48,95	10,95	—	16,2	0,330	5,34	—	38,8	—	—	Abteilung I
103,5	24,2	79,9	—	—	—	—	—	—	—	
49,0	10,55	33,9	16,2	0,330	5,34	49,1	38,75	18,3	16,7	
49,0	10,5	—	—	—	—	—	—	—	—	
103,5	23,3	79,8	—	—	—	—	—	—	—	Ende

Ausrechnung des Versuches mit Korkmehl.

Durchmesser der äußeren Kugel . . . . 0,600 m
» » inneren » . . . . 0,150 m
Füllung der Kugel $G =$ . . . . . 17,90 kg
Volumen der Füllung $V =$ . . . . . 0,111 m^3
Dichte $d = \frac{G}{V} =$ . . . . . 161 kg m^{-3}

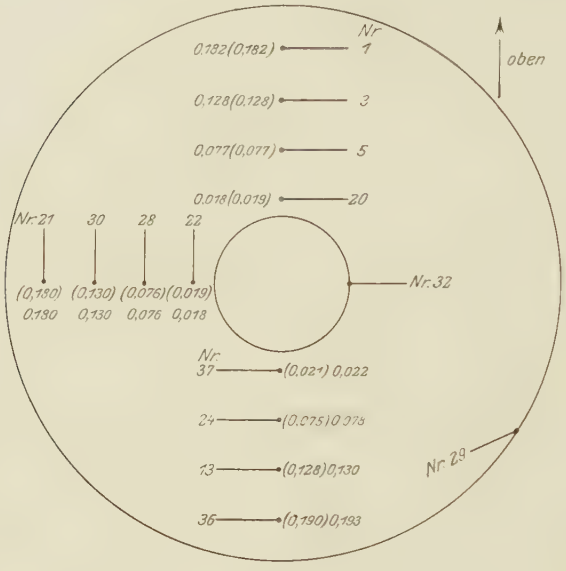

Fig. 30.

Beharrungszustand I.

α) Radius senkrecht nach oben.

Thermoelement Nr. . .	20	5	3	1
Abstand r m	0,093	0,152	0,203	0,257
Temperatur t I	80,8	49,0	34,4	24,7
» Ia . . .	83,7	50,8	35,8	25,6
Mittel	82,2	49,9	35,1	25,1
$v = rt$	7,65	7,56	7,11	6,42

β) wagerechter Radius

Abstand r m	0,093	0,151	0,205	0,255
Thermoelement Nr. . .	22	28	30	21
Temperatur t I	78,4	48,1	32,5	24,2
» Ia . . .	80,4	49,7	35,8	24,7
Mittel	79,4	48,9	34,2	24,4
$v = rt$	7,38	7,36	7,00	6,21

γ) Radius senkrecht nach unten

Abstand r m	0,097	0,153	0,205	0,268
Thermoelement Nr. . .	37	24	13	36
Temperatur t I	78,1	48,8	32,3	23,4
» Ia . . .	79,9	50,3	34,7	23,9
Mittel	79,0	49,6	33,5	23,6
$v = rt$	7,66	7,57	6,86	6,32

	innere Kugel Nr 32	äußere Kugel Nr. 29
r	0,075	0,300
t I . . .	101,5	18,5
Ia . . .	103,6	18,6
Mittel . .	102,5	18,55
$v = rt$ . .	7,69	5,56

Heizung I . . 5,29 Watt
» Ia . . 5,31 »
Mittel . . . . 5,30 Watt $= 0{,}86 \cdot 5{,}30$ WEst$^{-1} = 4{,}55$ WEst^{-1}

Aus dem $v - r$ Diagramm wurde hiermit erhalten

t^0 C . . .	100°	80°	50°	35°	25°	18°
C	7,5	7,7	8,4	9,2	10,0	10,6
k $\frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$ . .	0,048	0,047	0,043	0,039	0,036	0,034

Beharrungszustand II.

α) Radius senkrecht nach oben

Abstand rm	0,093	0,152	0,203	0,257
Thermoelement Nr. . .	20	5	3	1
Temperatur t	135,9	78,6	50,6	31,5
$v = rt$	12,64	11,94	10,27	8,09

β) wagerechter Radius

Abstand r	0,093	0,151	0,205	0,255
Thermoelement Nr. . .	22	28	30	21
Temperatur t	130,7	75,8	46,3	31,5
$v = rt$	12,15	11,44	9,49	8,02

γ) Radius senkrecht nach unten

Abstand rm	0,097	0,153	0,205	0,268
Thermoelement Nr. . .	37	24	13	36
Temperatur t	129,2	76,4	48,3	28,8
$r = vt$	12,54	11,69	9,90	7,72

	innere Kugel	äußere Kugel
r	0,075	0,300
Nr. . . .	32	29
t	169,0	19,8
$v = rt$ . .	12,67	5,94

Heizung 9,83 Watt $= 0{,}86 \cdot 9{,}83$ WEst$^{-1} = 8{,}45$ WEst^{-1}

t^0 C . . .	170	130	75	50	30	20
C	12,7	13,4	15,6	17,2	19,0	20,9
k $\frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$.	0,053	0,050	0,043	0,039	0,035	0,032

D) Versuchsergebnisse.

a) Im Allgemeinen.

Durch die Beobachtung mehrerer Beharrungszustände im Material bei verschiedener höchster Temperatur im Inneren war für fast alle Stoffe eine Prüfung des Grundgesetzes der Wärmeleitung möglich. Es mußte für Punkte gleicher Temperatur bei den einzelnen Beharrungszuständen die durch die Flächeneinheit strömende Wärmemenge proportional dem Temperaturgefälle sein, was durch die Beobachtung leicht geprüft werden könnte. Ein indirekter Beweis besteht darin, daß die in Punkten gleicher Temperatur an die Kurven im v, r-Diagramm gezogenen Tangenten auf der Ordinatenachse der Heizenergie proportionale Strecken abschneiden.

Es wurde gefunden:

daß die untersuchten Wärmeisolierstoffe dem Fourierschen Grundgesetz der Wärmeleitung gehorchen,

und daß die Wärmeleitzahl von wärmeisolierenden Stoffen mit der Temperatur beträchtlich zunimmt.

Die Aenderung der Wärmeleitzahl mit der Temperatur zwischen 0° und 100° C ist bei allen untersuchten Stoffen ungefähr $^1/_{273}$ ihres Wertes bei 0° C Lose geschichtete Stoffe zeigen eine Abnahme dieser Veränderung mit der Temperaturzunahme, während bei festen Körpern die Wärmeleitzahl linear mit der Temperatur zunimmt.

Es ist zu erwarten, daß die Wärmeleitzahl von Wärmeisolatoren mit abnehmender absoluter Temperatur weiter abnimmt und sich mit der Temperatur der Null nähert[1]).

Bei allen Versuchen wurde die Temperatur der Kupferkugel gemessen. Trägt man diesen Punkt ins v, r-Diagramm ein, so findet man, daß er genau auf die sinngemäße Verlängerung der im Material beobachteten Kurve fällt. d. h. die innerste Materialschicht besaß dieselbe Temperatur wie die Kupferkugel. Es findet also an der Berührungsfläche von Wärmeisolatoren und guten Leitern beim Wärmeaustausch kein Temperatursprung statt.

b) Untersuchte Stoffe[2]).

1) Kieselguhr.

Das Material wurde von der Firma mit dem Vermerk »rosa kalziniert« geliefert, d. h. die pflanzlichen Beimengungen waren durch Erhitzen zerstört worden; es war sehr gleichmäßig. Zunächst wurde die Kieselguhr lose in die Versuchskugel geschichtet und bis 350° untersucht. Das Ergebnis ist, siehe Fig. 9:

Dichte: 350 kg m^{-3}.

Temperatur t . . .	0°	50°	100°	150°	
Wärmeleitzahl k . .	0,052	0,060	0,066	0,070	
Temperatur t . . .	200°	250°	300°	350°	
Wärmeleitzahl k . .	0,074	0,076	0,078	0,079	$\frac{\text{WE}}{\text{st m }^0\text{C}}$

[1]) Versuche zur Prüfung dieser Vermutung sind im Laboratorium für technische Physik im Gange.

[2]) Die Firmen A. Calmon, Gesellschaft für Lindes Eismaschinen und H. Ottmann stellten mir einige Isolierstoffe zur Verfügung, wofür ich ihnen nochmals meinen besten Dank ausspreche.

Hierauf wurde die Kieselguhr mit Wasser zu einem Brei angerührt, in die Zinkhalbkugeln gefüllt und getrocknet[1]). Die Versuche zeigten, daß das Material nicht vollkommen trocken war, so daß zur Berechnung nur die inneren Punkte der Kugel, deren Temperatur über 100° C. lag, herangezogen wurden.

Mit Wasser angerührte und getrocknete Kieselguhr.
Dichte: 580 kg m^{-3}.

Temperatur t	150°	350°
Wärmeleitzahl k	0,083	0,123 $\frac{WE}{st\ m\ ^0C}$

Bei 150° ist die Verbesserung der Wärmeleitfähigkeit gegen das lose Material mit 0,070 nicht übermäßig groß in Anbetracht der viel geringeren Dichte des letzteren. Die Verschlechterung der Isolierfähigkeit der festen Kugel gegen die lose Kieselguhr nimmt aber mit der Temperatur bedeutend zu.

In Fig. 10 ist für das feste Material die in beiden beobachteten Beharrungszuständen eingetretene örtliche Verteilung der Wärmeleitzahl abhängig vom Radius aufgetragen. Wie hieraus ersichtlich ist, nimmt bei dem zuerst beobachteten Beharrungszustand mit stärkster Heizung in der an die innere, trockene Zone angrenzenden Schicht die Wärmeleitzahl bis auf 0,60 zu, um in den äußeren Zonen wieder geringer zu werden. Das ist dadurch zu erklären, daß die im Innern künstlich ausgetriebene Feuchtigkeit sich in der angrenzenden Zone festsetzte. Beim zweiten Beharrungszustand mit geringerer Heizung absorbiert ein Teil der vorher trockenen Zone wieder Wasser, wodurch bei diesem Versuch das Maximum der Wärmeleitzahl kleiner wurde. Trotzdem sich das Material der feuchten Zone nicht gerade sehr feucht anfühlte (Dichte 810 kg m^{-3}) kann hier von einer Isolierwirkung nicht mehr die Rede sein. Es ist also zur guten Wirkung eines Isolierstoffes zu fordern, daß er vollkommen trocken ist.

2) Gebrannter Kieselguhrformstein.

Das Material wird durch Sinterung von Kieselguhr unter Beimengung eines Bindemittels gewonnen. Es ist sehr porös und hygroskopisch und wird zur Isolierung von Heißdampfleitungen und Dampfkesseln benützt.

Ergebnis:
Dichte: 200 kg m^{-3}.

Temperatur t . .	0°	50°	100°	150°	200°	250°
Wärmeleitzahl k .	0,064	0,071	0,078	0,085	0,092	0,099
Temperatur t . .	300°	350°	400°	450°		
Wärmeleitzahl k .	0,106	0,113	0,120	0,127	$\frac{WE}{st\ m\ ^0C}$	

Aus Fig. 11 ist zu ersehen, daß die Wärmeleitzahl dieses Stoffes vollkommen linear von der Temperatur abhängig ist. Das Material war im Würfel untersucht worden und gestattete eine Prüfung der im Abschnitt IIA Seite 23 zur einfachen Auswertung gemachten Annahme. In Formel 15 Seite 20 wurde auch zur Berechnung von k die Temperatur der Kupferkugel benützt und die erhaltene Zahl dem Temperaturmittel aus dieser und der Oberflächentemperatur zugeordnet. Die für die einzelnen Beharrungszustände so erhaltenen Werte sind im Schaubilde durch Kreuze gezeichnet und liegen vollkommen auf der Geraden. Damit ist bewiesen, daß jener für kleine Temperaturdifferenzen benützte Rech-

[1]) Es sei an dieser Stelle Hrn. Major Ries bestens gedankt für die freundliche Ueberlassung eines Trockenraumes der kgl. bayr. Artilleriewerkstätte München.

nungsvorgang bei linearer Abhängigkeit der Wärmeleitzahl von der Temperatur auch bei großen Temperaturdifferenzen gültig ist.

3) Isolierkomposition.

Dieses Material bestand aus einer Mischung von Korkstückchen, Asbest, Kieselguhr, Strohteilchen und einem Bindemittel. Es wird zu Isolierungen von Sattdampfleitungen benützt, wobei es mit Wasser angerührt und dann auf die mit Dampf gespeisten Rohre aufgestrichen wird. Es wird in dünnen Schichten aufgebracht und jede neue Schicht darf erst nach Trocknung der unteren Schicht angefügt werden. Die ganze Isolierung wird mit Leinewand bewickelt und mit Oelfarbe bestrichen.

Das Material wurde zunächst in losem Zustande in der Kugel untersucht, siehe Fig. 12 und ergab:

Dichte: 405 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	50°	100°	150°	200°	
Wärmeleitzahl k . . .	0,060	0,070	0,076	0,079	0,081	$\frac{\text{WE}}{\text{st m }^0\text{C}}$

Nach diesem Versuche wurde wie bei Material 1 eine feste Kugel geformt, wobei sich inbezug auf Feuchtigkeit und Wärmeleitung dieselben Erscheinungen ergaben, siehe Fig. 13:

Dichte: 690 kg m^{-3}.

Temperatur t . . .	150°	220°	
Wärmeleitzahl k . .	0,10	0,12	$\frac{\text{WE}}{\text{st m }^0\text{C}}$

Mit Bezug auf die Verwendung derartiger Kompositionen ist zu erwähnen, daß bei der Isolierung von Rohrleitungen in oben beschriebener Weise die äußeren Materialschichten wohl meist feucht bleiben, namentlich wenn die Herstellung schnell geschieht und die Oelfarbe gleich übergestrichen wird, da ja diese äußeren Schichten nie über 100° warm werden und die dort befindliche Feuchtigkeit nicht verdampft wird [1]).

4) Asbest.

Er war als reiner Asbest bezogen worden, färbte sich aber bei hoher Temperatur etwas braun. Asbest wird namentlich in Form von Zöpfen vielfach zu Isolierung von Dampfleitungen benützt. Die Versuchsbeobachtungen sind in Fig. 14 enthalten und ergaben:

Dichte: 576 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	100°	200°	300°	
Wärmeleitzahl k	0,130	0,167	0,180	0,186	
Temperatur t	400°	500°	600°		
Wärmeleitzahl k	0,192	0,198	0,204	$\frac{\text{W. E.}}{\text{st m }^0\text{C}}$	

Asbest ist wegen seiner Unverbrennbarkeit hoch zu werten, steht jedoch inbezug auf seine Isolierfähigkeit den meisten anderen Materialien nach.

5) Rheinischer Bimskies.

Da das Material in sehr nassem Zustande geliefert war, wurde es künstlich getrocknet. Es bestand aus haselnußgroßen Stücken und gestattete deshalb

[1]) Eine im Laboratorium für technische Physik vorhandene derartige Isolierung zeigte bei ihrer Abnahme eine viel größere Feuchtigkeit als die äußere Zone der Versuchskugel.

eine reichliche Luftströmung beim Versuch, wo es lose in die Kugel gefüllt war. Die Wärmeströmung war deshalb keine radiale und das Ergebnis kann in diesem Fall nur auf 20 vH genau angegeben werden.

Es wurde gefunden, siehe Fig. 15:

Dichte: 292 kg m^{-3}.

Wärmeleitzahl $k = 0{,}20 \frac{WE}{st\ m\ ^0C}$ im Temperaturbereich von 20 bis 65° C.

6) Hochofenschaumschlacke.

Dieses Material ist besonders poröse Hochofenschlacke, die in verschiedenen Korngrößen in den Handel gebracht wird. Es wird hauptsächlich zur Isolierung von Eiskellern benützt und entweder lose in Zwischenräumen eingefüllt oder durch Bindung mit Zement als Beton verarbeitet. Die lose Schlacke wurde in die Kugel eingefüllt und ergab, siehe Fig. 16:

Hochofenschaumschlacke, lose.

Dichte: 360 kg m^{-3}.

Wärmeleitzahl $k = 0{,}095 \frac{WE}{st\ m\ ^0C}$ im Temperaturbereich von 25° bis 128°.

Die Betonkugel wurde mit einem Mischungsverhältnis von 9 Raumteilen Schlacke auf 1 Raumteil Zement hergestellt (Gewichtsverhältnis 1 : 0,61) und zwei Monate nach der Herstellung geprüft. Ergebnis, siehe Fig. 17:

Dichte: 550 kg m^{-3}.

Wärmeleitzahl $k = 0{,}19 \frac{WE}{st\ m\ ^0C}$ im Temperaturbereich von 20 bis 90° C.

7) Portland-Zement.

Zu den Vorversuchen wurde eine Zementkugel benützt. Da der gefundene Wert stark von den in der Literatur angegebenen abweicht, sei das Ergebnis, siehe Fig. 18, hier angefügt. Die Kugel war aus reinem Portlandzement ohne Beimischung von Bindemittel hergestellt worden und ergab 1½ Jahre nach ihrer Herstellung den Wert

$$k = 0{,}78 \frac{WE}{st\ m\ ^0C} \text{ bei } 35^0$$

bei der Dichte: 2000 kg m^{-3}.

8) Blätterholzkohle.

Sie wird zur Isolierung auf Schiffen benützt. Die Versuchszahlen sind in Fig. 19 enthalten und führten zu dem Ergebnis:

Dichte: 215 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	40°	80°
Wärmeleitzahl k	0,050	0,055	0,060 $\frac{WE}{st\ m\ ^0C}$

9) Torfmulle.

Hiervon wurden Proben von zwei verschiedenen Torfmullewerken bezogen.

Material I.

Durch Vorversuche wurde festgestellt, daß die Torfmulle sehr hygroskopisch ist. Eine Probe wurde in einem Trockenschrank längere Zeit auf 120°

erhitzt und erlitt dabei eine Gewichtsabnahme um 15 vH. Bei längerem Stehen im Zimmer wurden wieder 30 vH des früheren Wassergehaltes aufgenommen.

Bei den Versuchen mit Torfmulle in der Kugel bilden sich Zonen verschiedenen Feuchtigkeitsgehaltes im Materiale aus. Durch die Heizung im Inneren werden die an die kupferne Kugel grenzenden Materialschichten getrocknet. Die hier frei werdende Feuchtigkeit schlägt sich in den äußeren, kühleren Teilen nieder. Diese beiden Zonen zeigten sich auch im Versuchsergebnis, indem die innere trockene Zone besser isolierte wie die feuchte äußere, siehe Fig. 20. Es wurde gefunden:

Dichte: Probe A 160 kg m^{-3}
» B 190 »

		trockene	feuchte Zone	
Wärmeleitzahl k:	Probe A	0,045	0,055	WE
	B	0,045	0,052	st m °C

Die Temperatur in der feuchten Zone war 20° bezw. 10° bis 40° bezw. 24° und die in der trockenen Zone 40° bezw. 24° bis 112° bezw. 85°.

Material II.

Dieses zeigte das gleiche Verhalten wie Material I. Hierfür wurde gefunden, siehe Fig. 21:

Dichte 195 kg m^{-3}

	trockene	feuchte Zone	
Wärmeleitzahl k	0,045	0,070	$\frac{\text{WE}}{\text{st m °C}}$
mittlere Temperatur t . .	24 bis 92°	16 bis 24°	

Dieses Material hatte einen größeren natürlichen Feuchtigkeitsgehalt. Beim Erhitzen trat eine Gewichtsverminderung um 20 vH ein; beim Erkalten wurde die Hälfte des Wassers wieder aufgenommen. Bemerkenswert ist, daß sämtliche drei untersuchten Proben von Torfmulle in der trockenen Zone den gleichen Wert für k ergeben und dieser ist beim Vergleich von Torfmullen verschiedener Herkunft heranzuziehen, während die in der äußeren Zone erhaltenen Werte für praktische Zwecke zu wählen sind. Letztere sind natürlich entsprechend der Trocknung des Materiales etwas wechselnd.

10. Sägemehl.

Die untersuchte Probe war vollkommen homogen und frei von Holzstücken. Es wurden drei Beharrungszustände bei zwei verschiedenen Heizungen untersucht, siehe Fig. 22. Es zeigte sich, daß durch die starke Erwärmung eine Veränderung im Material eintrat, wahrscheinlich durch Trocknung, so daß beim dritten Gleichgewichtszustand, bei dem die Heizleistung dieselbe war wie beim ersten, eine geringere mittlere Wärmeleitzahl beobachtet wurde. Es wurde gefunden:

Dichte 215 kg m^{-3}.

		Wärmeleitzahl k		Temperaturbereich
Beharrungszustand	I	0,060	WE / st m °C	20° bis 75°
	II	0,059		23° » 136°
»	Ia	0,055		20° » 80°

11) Korkmehl.

Das geprüfte Material wurde bei der Fabrikation von Korksteinen als Abfallprodukt gewonnen. Die Korngröße betrug 1 bis 3 mm. Es wurde bis zur Tempe-

ratur von 170° geprüft und zeigte hierbei keine Veränderung. Aus Fig. 23 wurde erhalten:

Dichte 161 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	50°	100°	150°	200°	
Wärmeleitzahl k	0,031	0,041	0,048	0,052	0,055	$\frac{\text{WE}}{\text{st m °C}}$

12) Asphaltierter Korkstein.

Diese Steine bestehen aus mit Pech überzogenen Korkstückchen, die zusammengepreßt werden, und deren überschüssiger Pechgehalt bei Unterdruck entfernt wird. Sie werden vielfach zur Isolierung von Eiskellern und Wohnräumen benützt. Die untersuchten Steine waren als 1 m lange Platten bezogen worden und wurden im Würfel untersucht. Es wurde gefunden; siehe Fig. 24.

Dichte 200 kg m^{-3}.

Wärmeleitzahl $k = 0{,}061 \frac{\text{WE}}{\text{st m °C}}$ bei 18° C

Temperaturbereich des Versuches 10° bis 57°.

13) Baumwolle.

Das untersuchte Material wurde als Abfallprodukt einer Baumwollspinnerei bezogen. Es war ziemlich gleichartig und fast frei von mechanischen Verunreinigungen. Die Beobachtungen sind in Fig. 25 zusammengestellt und lieferten:

Dichte 81 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	50°	100°	
Wärmeleitzahl k	0,047	0,054	0,059	$\frac{\text{WE}}{\text{st m °C}}$

14) Schafwolle.

Die Wolle war stark zu kleinen Ballen verfilzt, sehr fett und enthielt viele mechanische Beimengungen. Sie wird zur Isolation von Lindeschen Verflüssigungsapparaten benützt. Der Versuch, siehe Fig. 26 ergab:

Dichte 136 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	50°	100°	
Wärmeleitzahl k	0,033	0,042	0,050	$\frac{\text{WE}}{\text{st m °C}}$

15) Seide.

Sie bildet das Abfallprodukt in Seidenspinnereien und wird vielfach zur Isolation von Dampfleitungen benützt. Das Material war sehr gleichmäßig und aufgelockert. Nach Fig. 27 ergab sich

Dichte 101 kg m^{-3}.

Temperatur t	0°	50°	100°	
Wärmeleitzahl k	0,038	0,045	0,051	$\frac{\text{WE}}{\text{st m °C}}$

16) Seidenzopf.

Das Rohmaterial Nr. 15 wird zu Zöpfen geflochten und kommt so in den Handel. Fig. 28 enthält die Beobachtungswerte; hieraus folgt:

Dichte 147 kg m $^{-3}$.

Temperatur t	0°	50°	100°
Wärmeleitzahl k	0,039	0,047	0,052 $\frac{\text{WE}}{\text{st m } ^{\circ}\text{C}}$

Wichtig ist hierbei die geringe Aenderung der Wärmeleitzahl die durch das Flechten der Seide eintritt. Die Dichte steigt um 50 vH während die Wärmeleitzahl nur um 3 vH zunimmt.

Für manche untersuchte Stoffe konnte die Veränderlichkeit der Wärmeeitfähigkeit mit der Temperatur nicht angegeben werden, da diese Veränderungen innerhalb der Versuchsgenauigkeit für jene Stoffe lagen. Es wurde hier durch die Versuchspunkte eine ausgleichende Gerade im v, r-Diagramm gelegt. Die so erhaltene Wärmeleitzahl gibt den Mittelwert im untersuchten Temperaturbereich an.

In Zahlentafel 3 sind für sämtliche untersuchten Stoffe die erhaltenen Wärmeleitzahlen in Temperaturstufen von 50° zusammengestellt und im Schaubilde Fig. 31 als Funktion der Temperatur aufgetragen.

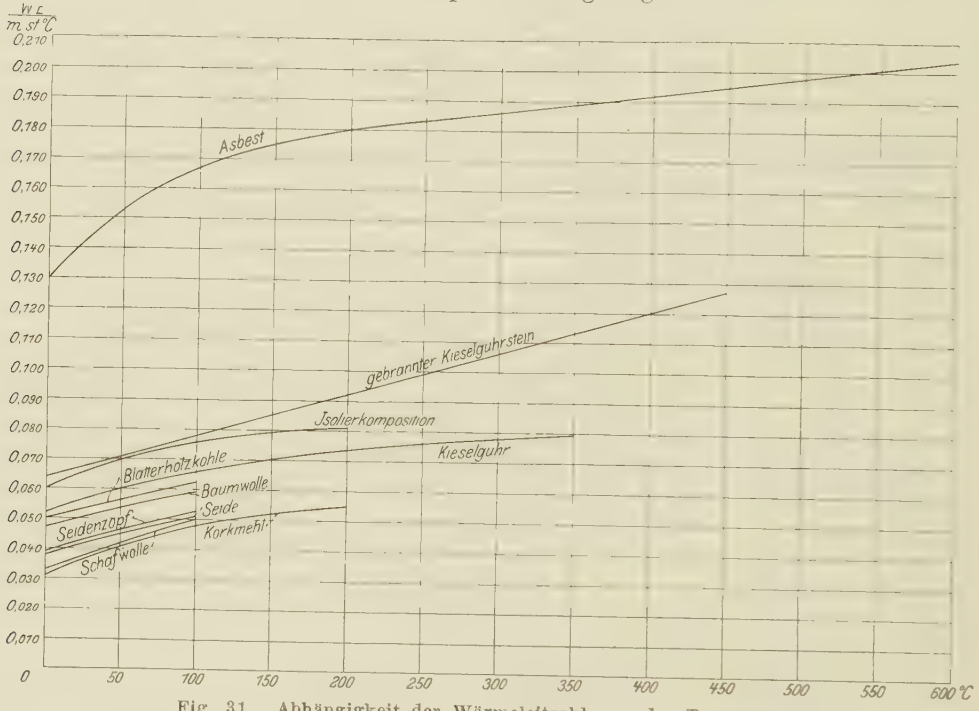

Fig. 31 Abhängigkeit der Wärmeleitzahl von der Temperatur.

Der Isolierfähigkeit nach geordnet bilden die untersuchten Wärmeschutzmittel folgende Reihe, beginnend mit dem besten Isolator:

Korkmehl, Schafwolle, Seide, Seidenzopf, Baumwolle, Blätterholzkohle, Sägemehl, Torfmulle I, lose Kieselguhr, asphaltierter Korkstein, lose Isolierkomposition, gebrannter Kieselguhrformstein, Torfmulle II, gebundene Kieselguhr, gebundene Isolierkomposition, Hochofenschlacke, Asbest, Hochofenschlackenbeton, Rheinischer Bimskies.

c) Zahlenmäßiger Vergleich der Ergebnisse mit früheren Versuchsergebnissen.

Da die untersuchten Stoffe keine chemisch und physikalisch genau definierten Körper darstellen, so ist eine absolute Uebereinstimmung ja nie zu er-

Zahlentafel 3. Versuchsergebnisse.

	Stoffe	0° C	50°	100°	150°	200°	250°	300°	350°	400°	450°	500°	550°	600°	Dichte kg/cbm
1	Korkmehl	0,031	0,041	0,048	0,052	0,055									161
2	Schafwolle	0,033	0,042	0,050	—	—				—			—	—	136
3	Seide	0,038	0,045	0,051	—	—	—	—	—	—			—	—	101
4	Seidenzopf	0,039	0,047	0,052	—	—	—	—	—				—		147
5	Baumwolle	0,047	0,054	0,059								—		—	81
6	Blätterholzkohle	0,050	0,056	0,063	—	—	—	—					—		215
7	Sägemehl	—	0,055	—	—	—							—	—	215
8	Torfmulle I A	25° 0,055		—	—	—	—	—	—	—		—	—	—	160
	Torfmulle I B	0,052													190
9	Kieselguhr, lose	0,052	0,060	0,066	0,070	0,074	0,076	0,078	0,079	—	—	—	—	—	350
10	asphaltierter Korkstein	18° 0,061		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	200
11	Isolierkomposition, lose	0,060	0,070	0,076	0,079	0,081	—	—	—		—				405
12	gebrannter Kieselguhrformstein	0,064	0,071	0,078	0,085	0,092	0,099	0,106	0,113	0,120	0,127	—	—	—	200
13	Torfmulle II	20° 0,070		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	195
14	Kieselguhr, gebunden				0,083	—	—	—	0,123	—		—			580
15	Isolierkomposition, gebunden				0,100	220° 0,120		—	—	—	—	—	—	—	690
16	Hochofenschaumschlacke	—	0,095	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	360
17	Asbest	0,130	0,153	0,167	0,175	6,180	0,183	0,186	0,189	0,192	0,195	0,198	0,201	0,204	576
18	Hochofenschlackenbeton	—	0,19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	550
19	rheinischer Bimskies		0,20												292

zielen. Zudem ist bei früheren Bestimmungen von k zumeist nicht angegeben, bei welcher Temperatur k bestimmt wurde und vielfach fehlt auch eine genauere Charakteristik des untersuchten Stoffes. In die vergleichende Zahlentafel 4 sind die Werte des Verfassers bei 50° eingefügt, da die meisten älteren Experimentatoren mit der Temperaturstufe 100° gegen Umgebung gearbeitet haben. Man ersieht daraus, daß die neuen Werte ziemlich gut mit den von Lamb und Wilson und auch noch den von Lees & Chorlton gewonnenen Werten übereinstimmen, während die Werte von Péclet, Forbes und Lees teilweise um ein Vielfaches abweichen.

Zahlentafel 4.

Stoffe	Péclet	Forbes	Lees	Lees & Chorlton	Hutton & Beard	Niven	Lamb & Wilson	Verfasser
Kork . . .	0,143	0,258	0,047	—	—	—	—	0,041
Wolle . .	0,044	—	0,083	0,043	—	—	0,044—0,052	0,042
Baumwolle .	0,040	0,014	0,198	0,072	—	—	0,055	0,054
Seide . . .	—	—	0,079	0,034	—	—	—	0,045
Sägemehl .	0,065	0,044	—	0,060	—	0,062	0,087	0,055
Kohle. . .	0,072	0,146	—	—	—	—	0,054	0,056
Asbest . .	—	—	—	0,155	—	—	0,101	0,153
Kieselguhr .	—	—	—	—	0,047	—	—	0,060

Aus den mit technischen Versuchen gewonnenen Ergebnissen liegen keine einwandsfreien Zahlen für k vor. Meist enthalten die dort angegebenen Zahlen noch Uebergangswiderstände und können deshalb nicht zum Vergleich herangezogen werden.

Die Veränderlichkeit der Wärmeleitfähigkeit mit der Temperatur ist für Wärmeisolatoren noch nicht zahlenmäßig beobachtet worden. Nur Lamb und Wilson beobachteten schon eine Veränderlichkeit mit der Temperatur und gaben an, das noch näher untersuchen zu wollen. H. G. Stott und Bolam & Grieve leiteten aus ihren Versuchen ab, daß der Wärmedurchgang (man versteht unter Wärmedurchgang die Gesetzmäßigkeit des Wärmeaustausches zweier Medien durch eine oder mehrere trennende Wände) der Temperaturdifferenz proportional, also die Wärmedurchgangszahl unveränderlich wäre. Da aber sowohl die Wärmeübergangszahl mit der Temperatur steigt, siehe Seite 85, als nach den Versuchen des Verfassers auch die Wärmeleitzahl im Isolator, so muß auch die Wärmedurchgangszahl für isolierte Rohrleitungen mit der Temperaturdifferenz steigen. Der Widerspruch ist auf die Kleinheit des von ihnen beobachteten Temperaturbereiches und auf Mängel ihrer Versuchsanordnungen zurückzuführen.

Vergleicht man noch die gewonnene starke Veränderlichkeit der Wärmeleitzahl von Wärmeisolatoren mit der Temperatur mit der für andere Stoffe bekannten Gesetzmäßigkeit, so ist zu bemerken, daß die Wärmeleitzahl von Metallen sich viel geringer mit der Temperatur ändert und bei manchen mit ihr zu, bei andern abnimmt. Dieses verschiedene Verhalten ist vielleicht darauf zurückzuführen, daß Metalle Elektrizität sehr gut leiten, Wärmeisolatoren dagegen sehr schlecht. Die Wärmeleitzahl der Luft nimmt zwischen 0 und 100° ungefähr ebenso stark mit der Temperatur zu, wie es bei den Wärmeisolatoren festgestellt wurde. Für höhere Temperaturen liegen leider keine Beobachtungen an Luft mehr vor, aber aus der kinetischen Gastheorie folgt, daß nach der Hypothese von Maxwell[1]) die Wärmeleitzahl eines Gases proportional mit der

[1]) Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie Bd. 1 Seite 180 1896.

absoluten Temperatur steigt, oder, daß k nach der Annahme von Clausius[1]) mit der Wurzel aus der absoluten Temperatur mit der Temperatur zunimmt.

d) Eigenschaften des neuen Verfahrens zur Bestimmung der Wärmeleitzahl von Wärmeisolierstoffen.

Das neue, vorstehend beschriebene Verfahren hat vor bekannten Verfahren folgende Vorzüge:

1) Die elektrische Heizung ermöglicht eine sehr genaue und leicht regelbare Zuführung der Wärme.

2) Da der Heizkörper vollkommen von dem zu prüfenden Isolierstoffe umgeben ist, sind Wärmeverluste ausgeschlossen.

3) Es wird erstmalig das Temperaturgefälle im Material selbst gemessen, und zwar an mehreren Stellen. Das hat den Vorteil, daß Uebergangswiderstände nicht mitgemessen werden. Infolge der großen Dicke der Isolierschicht ist die Bestimmung des Temperaturgefälles sehr sicher.

4) In einfachster Weise läßt sich durch Aenderung der Heizung die Wärmeleitfähigkeit bei jeder Temperatur bestimmen. Soll die Wärmeleitzahl für Temperaturen beobachtet werden, die unter der Umgebungstemperatur liegen, so umgibt man die äußere Kugelschale mit einem Mantel, in dem eine bei tiefer Temperatur siedende Flüssigkeit verdampft, z. B. flüssige Luft oder Ammoniak.

5) Das Material kann in jeder in den Handel gebrachten Form untersucht werden, wobei durch die große Menge der angewendeten Probe jede dem Stoffe anhaftende Ungleichförmigkeit ausgeglichen wird.

6) Die Genauigkeit ist natürlich abhängig von der Gleichartigkeit des untersuchten Stoffes. Bei sehr gleichartigem Material konnte die Wärmeleitzahl im ganzen untersuchten Temperaturbereich auf 1 bis 2 vH genau angegeben werden.

III. Schlußbemerkung.

Vorstehend ist ein neues Verfahren zur Bestimmung der Wärmeleitzahl von Wärmeisolierstoffen angegeben und auf seine Brauchbarkeit und Genauigkeit durch die Untersuchung der technisch wichtigsten Wärmeschutzmittel geprüft worden.

Für sämtliche untersuchte Stoffe wurde gefunden, daß die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit hindurchgehende Wärmemenge dem Temperaturgefälle, d. h. dem Temperaturabfall für die Längeneinheit senkrecht zur Fläche, proportional ist.

Die Wärmeleitzahl k einer großen Reihe von Stoffen wurde bestimmt und die neue Tatsache festgelegt, daß diese Zahl für Wärmeisolatoren im untersuchten Temperaturbereich von 0° bis 600° C mit der Temperatur zunimmt.

Zwischen 0° und 100° beträgt die Zunahme der Wärmeleitzahl eines Isolators für 1° C ungefähr $^1/_{273}$ ihres Wertes bei 0° C.

An der Berührungsstelle eines Wärmeisolators mit einem festen Körper ist kein Wärmeübergangswiderstand vorhanden.

[1]) Clausius, Wärmetheorie a. a. O, Bd. III S. 147.

IV. Anhang.

Die Isolierfähigkeit von Luftschichten.

An Stelle von festen Körpern wird in der Technik vielfach Luft als Isoliermittel benützt. Dabei wird Luft zwischen festen Wänden eingeschlossen, und man erwartet infolge des geringen Wärmeleitvermögens der Luft von im Mittel $0{,}02$ WE m^{-1} st^{-1} $^0C^{-1}$ eine günstige Isolierwirkung. Die verbreitetste Anwendung isolierender Luftschichten bilden die Doppelfenster der Wohnräume. Ferner werden Gebäude mit ins Mauerwerk eingelagerten Luftschichten isoliert und an Dampfleitungen sind zur Isolierung Luftmäntel unmittelbar am Rohr häufig in Verwendung.

Die Gesetzmäßigkeit des Wärmeaustausches im Luftmantel ist noch wenig erforscht. Bei der in der Technik üblichen, von Péclet eingeführten Berechnung des Wärmedurchganges durch Luftschichten wird angenommen, daß die Wärme zunächst von der einen Begrenzung des Luftmantels an die eingeschlossene Luft abgegeben wird (in die Rechnung eingeführt durch Wärmeübergangszahlen) und von letzterer dann auf die andere Oberfläche übertragen wird. Dieser Rechnungsvorgang deckt sich, wie nachfolgend gezeigt wird, nicht mit den Tatsachen.

Der Wärmeaustausch im Luftmantel beruht auf drei physikalischen Erscheinungen, nämlich der Wärmestrahlung, der Wärmeleitung und der Wärmeübertragung durch Konvektion. In den nachstehenden Zeilen wird der Einfluß dieser Teile auf die Isolierung von Luftmänteln durch Versuche und Rechnung in seinen Grundlagen festgelegt. Es werden Formeln zur Berechnung der Isolierwirkung von Luftmänteln angegeben.

Zwei Versuchsapparate wurden hergestellt. Der eine diente hauptsächlich zum Studium des Einflusses der Temperatur auf den Wärmeaustausch, während im zweiten Apparate die Isolierung in ihrer Abhängigkeit von der Dicke der Isolierschicht und vom Material der den Luftraum begrenzenden Wände beobachtet wurde.

1) Versuchsanordnung A.

Der in Fig. 32 abgebildete Apparat bestand aus zwei zylindrischen, gleichachsig gelagerten schmiedeeisernen Rohren, die an beiden Enden dicht verschlossen waren. Beide Deckel waren durch ein in Stopfbüchsen eingedichtetes Quarzrohr[1]) verbunden. Das innere Rohr wurde mit Oel gefüllt, das durch einen elektrischen Heizdraht erwärmt wurde. Dieser Draht war auf eine in der Achse des Rohres gelagerten Welle gewickelt, die durch einen Elektro-

[1]) Die von L. Bolle, Berlin, bezogenen Quarzröhren bewährten sich gegen Temperaturschwankungen sehr gut. Gegen mechanische Einflüsse waren sie wenig widerstandsfähig.

motor gedreht wurde und zur Mischung des Oeles Flügel trug. Dem Draht wurde elektrische Spannung durch Schleifringe zugeführt. Die Temperatur des Oeles wurde durch ein Thermoelement gemessen. An das äußere Rohr war ein Thermoelement angelötet, das gut gegen Wärmeabgabe isoliert war. Damit zwischen beiden Rohren keine metallische, also gut leitende Verbindung vor-

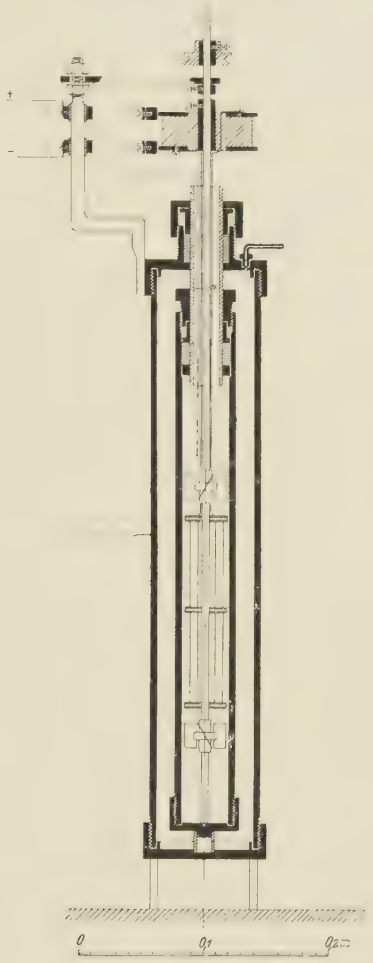

Fig. 32.

handen war, ruhte das innere Rohr unten auf einem im äußeren Rohrboden zentrierten Glasröhrchen, während am oberen Ende das genannte Quarzrohr zwischengeschaltet war. Ein im äußeren Mantel eingedichtetes Kupferröhrchen führte zur Luftpumpe, um im Ioliermantel Vakuum erzeugen zu können. Der mit Füßen versehene Apparat wurde in einem Raum unveränderlicher Temperatur aufgestellt.

Bei jedem Versuche wurde mit einer konstanten Energie geheizt und der Beharrungszustand abgewartet. Der Rührer machte nur 1 bis 2 Umdrehungen i. d. Sek., so daß dessen Wärmeerzeugung vernachlässigt werden konnte. Desgleichen wurde die vom Oel durch die Oeffnung des Quarzrohres an die Umgebung abgegebene Wärme vernachlässigt und angenommen, daß die gesamte elektrisch erzeugte Wärme durch die Isolierung strömte. Als Temperatur der Oberfläche des inneren Rohres wurde die Oeltemperatur und als

Innentemperatur des äußeren Rohres die durch das außen angelötete Thermoelement bestimmte Temperatur gesetzt, da das Temperaturgefälle im Eisen verschwindend war.

Es wurden zunächst Versuche mit den unbearbeiteten, also mit den mit der Walzhaut versehenen Rohren angestellt, bei welchen die Temperatur des Oeles und die Spannung der Luft im Isoliermantel gewechselt wurde. Hierauf wurden die den Luftmantel bildenden Rohroberflächen blank gedreht und poliert und damit weitere Versuche angestellt. Die Beobachtungen der Versuche sind in Zahlentafel 5 enthalten.

Zahlentafel 5.

Datum	Versuch Nr.	Heizung WE/st	innere Rohrtemperatur °C	äußere Rohrtemperatur °C	Lufttemperatur °C	Bemerkungen
9. IV. 07	1	29,3	80	32	9,5	Luftmantel, Walzhaut
9. IV. 07	2	28,9	86	32	9,5	Vakuum, 1 mm Hg abs., Walzhaut
10. IV. 07	3	125	205	85	9,8	Vakuum, 1 mm Hg abs., Walzhaut
21. IV. 07	4	170	247	109	10,1	Luftmantel, Walzhaut
28. IV. 07	5	27,2	108	27	9,0	Luftmantel, poliertes Rohr
30. IV. 07	6	164	268	68	8,0	Luftmantel, poliertes Rohr

Zur theoretischen Verwertung der Ergebnisse wurden zunächst fingierte Wärmedurchgangszahlen, bezogen auf 1 qm Fläche, 1 m Dicke des Luftmantels, 1° Temperaturdifferenz der zugekehrten Flächen und 1 Stunde, in WE ausgerechnet, die in Zahlentafel 6 enthalten sind.

Zahlentafel 6.

Versuch Nr.	Innentemperatur °C	Oberflächenbeschaffenheit des Rohres	Luftdruck im Mantel mm	$k \frac{\text{WE}}{\text{m st } ^\circ\text{C}}$
1	80	Walzhaut	720	0,098
2	86	Walzhaut	1	0,087
3	205	Walzhaut	1	0,170
4	247	Walzhaut	720	0,200
5	108	blank	720	0,055
6	268	blank	720	0,130

Die letzte Spalte zeigt:

1) daß, mit Ausnahme von Versuch 5, die Isolierwirkung des Luftmantels als schlecht zu bezeichnen ist, denn durch Ausfüllung desselben mit einem guten Isoliermaterial würde der Wärmedurchgang verschlechtert werden.

2) daß durch Evakuieren des Zwischenraumes bis auf 1 mm Quecksilberdruck die Isolierwirkung nur eine geringe Verbesserung erfährt.

3) die Isolierwirkung des Luftmantels nimmt mit zunehmender Temperatur rasch ab.

Zu genauerer Diskussion der Versuche werde jetzt der Wärmedurchgang in die zwei Teile Strahlung bezw. Leitung und Konvektion getrennt.

Der Wärmeaustausch durch Strahlung geschehe nach dem für den absolut schwarzen Körper thermodynamisch begründeten Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetz [1])

[1]) Hütte 1905 Bd. I S. 285.

$$Q = \sigma' T^4 = C' \left(\frac{T}{100}\right)^4 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1),$$

worin Q die von 1 qm Fläche an der absoluten Temperatur T^0 in der Stunde ausgestrahlte Wärmemenge ist. σ' oder C', die Strahlungskonstante, ist vom Material und seiner Oberflächenbeschaffenheit abhängig.

Zwei eben begrenzte und ausgedehnte Körper I und II von den Flächen F, den Temperaturen T_1 und T_2 und den Strahlungskonstanten σ_1 und σ_2 oder C_1 und C_2 mögen sich in geringem Abstand gegenüberstehen und Wärme durch Strahlung austauschen. Es ist die im stationären Zustand ausgetauschte Wärme zu berechnen.

Der Körper I strahlt für 1 Stunde die Wärme

$$Q_{\mathrm{I}} = F \sigma_1 T_1^4$$

aus.

Hiervon erhält er im Beharrungszustand wieder vom Körper II einen Teil zurückgestrahlt[1]), von dem er absorbiert

$$Q'_{\mathrm{I}} = F \frac{E_1 (1 - A_2) A_1}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2),$$

wobei E_1 und A_1 bezw. E_2 und A_2 das Emissions- und Absorptionsvermögen der Körper I und II bedeuten.

Nach dem Kirchhoffschen[2]) Satz ist

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= A_1 e_1 = A_1 \sigma T_1^4 = \sigma_1 T_1^4, \\ E_2 &= A_2 e_2 = A_2 \sigma T_2^4 = \sigma_2 T_2^4 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3).$$

σ ist die Strahlungskonstante des schwarzen Körpers und e_1, e_2 sein Emissionsvermögen bei den Temperaturen T_1, T_2. Durch Benutzung von Formel (3) geht Formel (2) über in

$$Q_{\mathrm{I}}' = F \frac{\sigma_1 T_1^4 \left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma}\right) \frac{\sigma_1}{\sigma}}{1 - \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma}\right)\left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2\,\mathrm{a}).$$

Von der Emission $F \sigma_2 T_2^4$ des Körpers II absorbiert I

$$Q_{\mathrm{I}}'' = F \frac{E_2 A_1}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)} = F \frac{\sigma_2 T_2^4 \frac{\sigma_1}{\sigma}}{1 - \left(1 - \frac{\sigma_1}{\sigma}\right)\left(1 - \frac{\sigma_2}{\sigma}\right)} \quad \ldots \ldots \quad (4).$$

Hieraus ergibt sich die gesuchte ausgetauschte Wärme zu:

$$Q = F \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma}} = F \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C}} \quad \ldots \ldots \quad (6).$$

Bisher war angenommen, daß alle von der einen Fläche ausgehenden Wärmestrahlen die andere treffen. Nun sei ein Körper I von einer größeren geschlossenen Hülle II umgeben. Beide sollen wieder Wärme durch Strahlung austauschen. Der Einfachheit halber werde angenommen, daß beide Oberflächen absolut schwarz seien. Dann ist die von I ausgestrahlte Wärme

$$Q_{\mathrm{I}} = \sigma T_1^4 F_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7).$$

[1]) E. Mach, Die Prinzipien der Wärmelehre 1900 S. 141.

[2]) E. Mach, a. a. O. S. 143.

Dabei ist angenommen, daß I keine einspringenden Ecken habe. Von der von II ausgestrahlten Wärme $\sigma T_2^4 F_2$ trifft nur ein Teil

$$Q_{\mathrm{I}}'' = \sigma T_2^4 \varphi F_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

den Körper I und wird dort vollkommen absorbiert. φ ist eine Verhältniszahl und von Mollier[1]) das Winkelverhältnis genannt worden. Unter Berücksichtigung der Beziehung $F_1 = \varphi F_2$ erhält man die von I nach II übergegangene Wärme

$$Q = Q_{\mathrm{I}} - Q_{\mathrm{I}}'' = \sigma F_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Gl. (9) sagt aus, daß die abgegebene Wärme nur abhängig ist von der Oberfläche des eingeschlossenen Körpers und unabhängig vom Abstand der Umhüllung. Diese Beziehung ist auch gültig, wenn beide Flächen verschiedenes Strahlungsvermögen haben, da F_1 natürlich nur von der Konfiguration der strahlenden Körper und nicht von ihrem Material abhängen kann. Aus Gl. (6) und (9) folgt dann die von einem Körper F_1, T_1, C_1 an die Umhüllung F_2, T_2, C_2 abgegebene Wärme zu

$$Q = \frac{F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Die Strahlungskonstante C des absolut schwarzen Körpers ist nach Messungen von Kurlbaum[2]) ins technische Maßsystem umgerechnet

$$C = 4{,}61 \text{ WE m}^{-2} \text{ st}^{-1} (^{\circ}\text{C})^{-4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Mit Gl. (10) wurde die bei den Versuchen durch Wärmestrahlung ausgetauschte Wärme berechnet. Für die Berechnung der durch Wärmeleitung übergegangenen Wärme wurde die Wärmeleitzahl der Luft[3]) zu

$$k_{\text{Luft}} = 0{,}020 \ (1 + 0{,}0024 \ t) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-1} (^{\circ}\text{C})^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

gesetzt, als Mittelwert der vorhandenen Beobachtungen.

Mit diesen Daten konnte bei den Versuchen die Trennung der übergegangenen Wärme in Strahlung, Luftleitung und Konvektion vorgenommen werden.

Bei Versuch 2 und 3 war infolge der geringen Spannung der Luft im Mantel die Wärmeübertragung durch Konvektion[4]) vermieden. Da nach der kinetischen Gastheorie das Wärmeleitvermögen der Luft vom Druck unabhängig[5]) ist, kann mit den Werten der Gl. (12) für beide Versuche die durch Luftleitung übergegangene Wärme berechnet werden. Der Unterschied zwischen dieser und dem gesamten Wärmeverlust liefert den Bruchteil der ausgestrahlten Wärme.

Es ergab sich für:

Versuch 2:

Wärmeverlust	=	Strahlung	+	Leitung
28,9 WE	=	21,5	+	7,4 WE
100 vH	=	75 vH	+	25 vH

Versuch 3:

Wärmeverlust	=	Strahlung	+	Leitung
125 WE	=	106	+	19 WE
100 vH	=	85 vH	+	15 vH

[1]) R. Mollier, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1897 Bd. 41 S. 161.
[2]) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 65 1898 S. 746.
[3]) Winkelmann, Handbuch der Physik 1906 Bd. III S. 535.
[4]) Kundt und Warburg, Pogg. Ann. 156 1875 S. 177.
[5]) Clausius, a. a. O. Bd. III S. 148.

Mittels Gl. (10) errechnet sich hieraus die Strahlungskonstante des oxydierten, schmiedeeisernen Rohres für

Versuch Nr.	2	3
C_1	4,3	4,5

Das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz ist also sehr gut erfüllt.

Mit Hülfe dieser Strahlungszahl C_1 wurde für Versuch 1 und 4 die durch den Luftmantel gestrahlte Wärme berechnet. Es ergab sich

	Wärmeverlust	=	Strahlung	+	Leitung und Konvektion
Versuch 1:	29,2 WE	=	19,2	+	10,0 WE
	100 vH	=	66 vH	+	34 vH
Versuch 4:	170 WE	=	145	+	25 WE
	100 vH	=	85 vH	+	15 vH

Eine Trennung von Leitung und Konvektion[1]) kann nicht vorgenommen werden, da beide voneinander abhängen.

Zur Trennung des Wärmeaustausches beim blanken Rohr wurde angenommen, daß der Leitungs- und Konvektionsverlust proportional der Temperaturdifferenz ist und unabhängig von der Oberflächenbeschaffenheit des Rohres, so daß also aus dem für das oxydierte Rohr experimentell bestimmten Leitungs- und Strömungsverlust der bei den Versuchen mit dem blanken Rohr eingetretene berechnet werden konnte.

So wurde gefunden:

Versuch 5:

Wärmeverlust	=	Strahlung	+	Konvektion und Leitung
27,2	=	10,3	+	16,9 WE
100 vH	=	38 vH	+	62 vH

Versuch 6:

Wärmeverlust	=	Strahlung	+	Leitung und Konvektion
164 W. E.	=	123	+	41 WE
100 vH.	=	75 vH	+	25 vH.

Setzt man in Formel (10) $C_1 = C_2$, so wird

	Versuch 5)	6)
C_1	1,6	3,3

Beim Versuch 6) lief die äußere Rohroberfläche des inneren Rohres blau an, während die des äußeren Rohres den Glanz verlor. Es wird also das Strahlungsvermögen des angelaufenen Rohres jedenfalls größer gewesen sein als das des blanken Rohres. Nimmt man an, daß jenes absolut schwarz war, so erhält man für dieses einen unteren Grenzwert des Strahlungsvermögens $C_1 = 2{,}5$. Durch das Verschwinden des Glanzes war also das Strahlungsvermögen des äußeren Rohres von 1,6 bei Versuch 5) auf mindestens 2,5 bei Versuch 6) gestiegen.

Die Versuche zeigten also, daß der Wärmeverlust durch einen Luftmantel namentlich bei hohen Temperaturen hauptsächlich durch Wärmestrahlung erfolgt. Soll demnach ein Luftmantel gut isolieren, so muß er von Flächen begrenzt werden, die ein geringes Strahlungsvermögen besitzen. Zur Bildung von Luft-

[1]) Eine Konvektion und Strömung einschließende Wärmeleitzahl berechnet sich hieraus zu $k' = 0{,}035 \frac{\text{WE}}{\text{st m}^0\text{C}}$.

mänteln bei Isolierungen von Dampfleitungen benützt man Weißblech. Für Temperaturen unter 100° C. kann damit eine ganz gute Isolierung[1]) erzielt werden, aber bei hohen Temperaturen, z. B. bei Heißdampfleitungen, sind Luftmäntel unbrauchbar wegen der starken Zunahme der Strahlungsenergie mit der Temperatur. Versuche mit Luftmänteln liegen vor von Russner[2]). Er benützte die Kondensationsmethode von Pasquay. Da die angewandte Dampfspannung 1 Atm. abs. betrug, die Innentemperatur demnach 100° war, erzielte er guten Isoliereffekt. Rietschel[3]) und Benisch und Andersen[4]) beobachteten keine Verbesserung der Isolierwirkung durch Anordnung von Luftmänteln unter der Isolierschicht. Luftmäntel werden von einigen Firmen bei Isolierungen an Dampfleitungen verwendet, hauptsächlich um das Isoliermaterial vor Temperaturen zu schützen, die es zerstören würden.

Die Isolierwirkung der Luftmäntel kann verbessert werden durch Unterteilung und zwar ist der Strahlungsverlust angenähert umgekehrt proportional der Zahl der Luftschichten.

2) Versuchsanordnung B.

Folgender Apparat diente zur Untersuchung des Einflusses der Weite des Luftmantels und der Oberflächenbeschaffenheit auf den Wärmedurchgang.

Ein rechteckiger, mit Zinkblech ausgeschlagener doppelwandiger Holzkasten, siehe Fig. 33, war an einer Seite offen, während die andern Seitenflächen

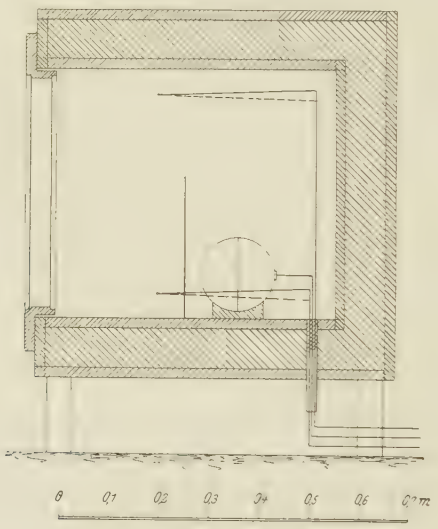

Fig. 33.

gut isoliert waren. Die seitliche Oeffnung wurde mit einem Holzrahmen verschlossen, der den zu prüfenden Luftmantel enthielt. Im Kasten befand sich eine den elektrischen Heizkörper enthaltende Kupferkugel, siehe Seite 26, gelagert. Ein davor gestelltes Aluminiumblech, sollte die unmittelbare Bestrahlung des Luftmantels verhindern. Einige cm vom Boden und der Decke entfernt

[1]) Bei den Versuchen war die Luft im Mantel dicht eingeschlossen. Bei praktischen Anwendungen tritt wegen Undichtheiten vermehrter Wärmeverlust durch Konvektion ein.

[2]) Russner, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1888 S. 1057.

[3]) Rietschel, a. a. O. S. 959.

[4]) Benisch und Andersen, a. a. O. S. 1657.

waren im Kasten Thermoelemente zur Messung der Innentemperatur angebracht. Der Apparat wurde im Keller des Laboratoriums untersucht, dessen Lufttemperatur ebenfalls an mehreren Stellen gemessen wurde.

Einige Tage nach Einschaltung der Heizung stellte sich Temperaturgleichgewicht ein. Aus der erzeugten Wärmemenge, dem gesondert bestimmten Wärmeverlust durch die isolierten Seitenwände des Kastens und aus der Temperaturdifferenz zu beiden Seiten des Luftmantels konnte die Wärmedurchgangszahl des Isoliermantels berechnet werden. Der erwähnte Wärmeverlust durch die 5 isolierten Seiten des Kastens wurde dadurch bestimmt, daß die Oeffnung, in welcher sich bei den Versuchen der Luftmantel befand, durch einen doppelwandigen Deckel, von derselben Dicke und Isolierung wie die übrigen Seitenwände, verschlossen wurde. Der Wärmeverlust wurde proportional dem Flächeninhalte auf die einzelnen Wände verteilt.

Bei den im Folgenden angeführten Versuchen wurde die Temperatur im Kasten auf 50° C. einreguliert. Die Lufttemperatur war rd. 10°, so daß die Temperaturdifferenz 40° betrug.

Zunächst wurden einige Luftmäntel untersucht, die von Glasscheiben begrenzt waren. Die 3 mm dicken Scheiben hatten einmal 4 cm, dann 14 cm Abstand und hierauf wurde noch eine Glasscheibe dazwischen geschaltet, so daß 2 Luftmäntel von je 7 cm Stärke vorhanden waren. Diese Versuche bezweckten hauptsächlich die Feststellung des Wärmedurchgangs durch die Fenster unserer Wohnräume. Um den Einfluß der Dichtheit der Fenster zu prüfen, wurden normale Fenster mit Rahmen und Anschlag hergestellt und vor die Oeffnung des Kastens geschraubt. Bei weiteren Versuchen wurde ein von einem Tischventilator erzeugter Luftstrom von 3 m/sek. Geschwindigkeit vor dem Luftmantel vorbei geblasen. Damit die übrigen Seitenflächen nicht auch künstlich gekühlt wurden, waren Schirme angebracht. Zwei weitere Versuche wurden mit Luftmänteln angestellt, die von Schwarz- bezw. Weißblech begrenzt waren.

In Zahlentafel 7 sind die dabei gewonnenen Versuchsergebnisse und die berechneten Wärmedurchgangszahlen k zusammengestellt.

Zahlentafel 7.

Nr.	Art der Isolierung	Abstand der Scheiben	Innentemperatur	Außentemperatur	durch den Mantel gehende Wärme		K $\frac{\text{WE}}{\text{st m}^2\,{}^0\text{C}}$	Bemerkungen
					beobachtet	berechnet nach Gl. 19		
		cm	°C	°C	WE/st	WE/st		
1	2 Weißblechscheiben .	4	53,5	15,7	10,2	10,0	1,4	
2	2 Schwarzblechscheiben	4	46,1	15,4	15,3	15,3	2,5	
3	1 Glasscheibe . . .	—	45,9	10,5	33,6	33,5	4,9	
4	1 Glasscheibe . . .	—	42,0	13,5	37,9	38,0	6,9	Luftkühlung
5	2 Glasscheiben . . .	4	46,5	15,4	16,5	15,4	2,7	
6	2 Glasscheiben . . .	4	45,7	11,7	23,5	21,5	3,6	Luftkühlung
7	2 Glasscheiben . . .	14	51,1	16,3	15,7	15,0	2,3	
8	2 Glasscheiben . . .	14	48,2	12,5	21,8	20,0	3,1	Luftkühlung
9	3 Glasscheiben . . .	je 7	48,0	11,3	10,6	10,9	1,5	
10	3 Glasscheiben . . .	je 7	46,2	11,3	12,2	12,4	1,8	Luftkühlung
11	Doppelfenster . . .	4	46,5	13,8	16,5	—	3,3	Fensterrahmen
12	Doppelfenster . . .	14	44,2	14,2	17,1	—	2,8	mit Anschlag

Daraus kann unmittelbar abgelesen werden:

1) daß der Wärmedurchgang vom Abstand der Scheiben abhängig ist, im Gegensatz zur Theorie Péclets[1]);

[1]) Péclet, a. a. O. Bd. 1 S. 418.

2) daß durch den geringen künstlichen Wind der Wärmedurchgang stark erleichtert wird;

3) daß die Isolierung normaler Fensterrahmen infolge stärkerer Konvektion 20 vH schlechter war wie beim vollkommen dichten Luftmantel;

4) daß die Oberflächenbeschaffenheit von großem Einfluß auf die Isolierwirkung des Luftmantels ist.

Zur weiteren theoretischen Verwertung obiger Versuchszahlen dient die unten auf Seite 86 angegebene Formel 19. Um die in dieser Gleichung auftretenden Konstanten ausrechnen zu können, seien zunächst einige Ergebnisse bezüglich des Wärmeüberganges eines warmen Körpers an umgebende Luft angeführt.

Bei mehreren Versuchen zur Bestimmung der Wärmeleitzahl von Wärmeisolierstoffen war an die mit Oelfarbe bestrichene Zinkkugel ein Thermoelement angelötet worden, siehe Seite 35. Aus der im Innern erzeugten Wärme, der Temperaturdifferenz zwischen Kugeloberfläche und Umgebungstemperatur und dem Flächeninhalt der Kugel konnte die Wärmeübergangszahl sehr genau berechnet werden. Man erhielt

$$\alpha = 5{,}4 + 0{,}08\,(t_1 - t_2)\ \frac{\text{WE}}{\text{st m}^2\ ^0\text{C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

gültig im Temperaturbereich bis $t_1 - t_2 = 15^0$ C.

Beim Versuch 1), Zahlentafel 7, wurde die Temperatur der Bleche durch angelötete Thermoelemente bestimmt. Sie waren auf beiden Seiten des Bleches, ungefähr in der Mitte desselben, aber in einem cm Abstand gut isoliert angebracht. Am inneren Blech wurde gemessen 44,5 bezw. 44,3, Mittel 44,4 ^{0}C und am äußeren 26,6 und 25,3, im Mittel 25,7 ^{0}C. Die höher zeigenden Elemente [1]) befanden sich beide Male auf der Seite höherer Umgebungstemperatur.

Bei den hier in Betracht kommenden kleinen Temperaturdifferenzen und bei Temperaturen gleich der Umgebungstemperatur kann man das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz angenähert auch schreiben

$$Q = C_1 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] \infty\ C_1\,(t_1 - t_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15).$$

Hierbei ist angenommen, daß die Umgebung vollkommen schwarz war, daß also alle ausgestrahlte Wärme von den umgebenden Wänden vollkommen absorbiert wurde, was bei den im Keller vorgenommenen Versuchen genügend genau erfüllt war. C_1 ist dann in Gl. (15) die Strahlungskonstante des strahlenden Körpers. Unter Berücksichtigung von Gl. (15) ist dann bei geringen Temperaturdifferenzen die von einem Körper an die Umgebung abgegebene Wärmemenge [2])

$$Q = [C_1\,(t_1 - t_2) + \alpha'(t_1 - t_2)]\,Fz = (C_1 + \alpha')(t_1 - t_2)\,Fz \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

wovon das erste Glied die ausgestrahlte Wärme und die zweite die durch Luftleitung und Konvektion abgeführte Wärme angibt. Für kleine Temperaturdifferenzen wird also die Wärmeübergangszahl

$$\alpha = C_1 + \alpha' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17).$$

Das zweite Glied in Gl. (13) gibt also die Aenderung des Wärmeübergangs

[1]) siehe Seite 29 u. f.

[2]) Auf die Notwendigkeit der Bestimmung der Abhängigkeit des Wärmeübergangs von der Temperaturdifferenz ist neuerdings von C. Heinel, Z f. d. g. Kälte-Industrie 1907 S. 1, hingewiesen worden.

durch Leitung und Konvektion mit der Temperaturdifferenz an. α besteht dann aus 3 Summanden

$$\alpha = C_1 + \alpha' = C_1 + \alpha_0 + 0{,}08\,(t_1 - t_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13\,a).$$

Für technische Zwecke kann die Wärmeabgabe durch Leitung und Konvektion unabhängig vom Material des die Wärme abgebenden Körpers gesetzt werden.

Aus dem Temperatursprung zwischen dem äußeren Weißblech und der Umgebung erhielt man die Wärmeübergangszahl bei dem Versuch 1

$$\alpha = 5{,}4\ \frac{\text{WE}}{\text{st m}^2\ ^0\text{C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Setzt man nun in (13a) als Strahlungskoeffizient C_1 des Weißbleches, den für blankes Eisen gewonnenen, siehe S. 81, $C_1 = 1{,}6$ ein, so erhält man aus (13a) und (14)

$$\alpha_0 = 3{,}0\ \frac{\text{WE}}{\text{st m}^2\ ^0\text{C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13\,b).$$

Die bisher besprochenen Versuche zur Bestimmung von α sind bei kleinen Temperaturdifferenzen ausgeführt worden. Außerdem können auch die mit dem Apparat A angestellten Versuche bei größeren Temperaturdifferenzen dazu benützt werden, um die vom äußeren Rohr durch Konvektion an die Umgebung abgegebene Wärme zu berechnen. Bei 23° Uebertemperatur ergab sich $\alpha' = 5{,}0$; für $t_1 - t_2 = 23^0$ liefert Formel (13a) $\alpha' = 4{,}8$, also befriedigende Uebereinstimmung. Bei $t_1 - t_2 = 80$ wurde beobachtet $\alpha' = 6{,}5$, dagegen berechnet nach Gl. (13) $\alpha' = 9{,}4$. Die Wärmeübergangszahl α' nimmt also mit höheren Temperaturdifferenzen langsamer zu als nach Gl. (13a). In der physikalischen Literatur sind für die Wärmeabgabe durch Leitung und Konvektion sich abkühlender Körper auf Grund von Erkaltungsversuchen Formeln von der Art

$$Q = c\,(t_1 - t_2)^b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16\,a)$$

angegeben.

Darin ist b ungefähr $\frac{5}{4}$. Schreibt man diese Gleichung in der Form

$$Q = c\,(t_1 - t_2)^{\frac{1}{4}}\,(t_1 - t_2) = \alpha'\,(t_1 - t_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16\,b),$$

so nimmt die den Wärmeverlust durch Leitung und Konvektion angebende Wärmeübergangszahl α' mit der vierten Wurzel der Temperaturdifferenz zu. Für Temperaturunterschiede über 10° C lassen sich die Werte des Verfassers sehr gut durch diese Formel ausdrücken. Für kleinere Temperaturdifferenzen nimmt nach dieser Formel die Wärmeübergangszahl stark ab, um bei unendlich kleiner Temperaturdifferenz sogar null zu werden. Im Gegensatz dazu nimmt nach den Ergebnissen des Verfassers mit abnehmender Temperaturdifferenz α' linear ab und nähert sich für $t_1 - t_2 = 0$ dem Grenzwert 3,0. Der Widerspruch ist dadurch zu erklären, daß jene Abkühlungsversuche[1]) nur bei großen Temperaturüberschüssen brauchbare Werte ergeben, dagegen bei solchen unter 10° versagen. Nun hat zwar Lorenz[2]) die $\frac{5}{4}$. Potenz theoretisch begründet. Lorenz betrachtete die Wärmeabgabe einer ebenen, sehr langen Platte von beliebiger Höhe durch Leitung und Konvektion. Er setzte näherungsweise die Temperatur nur abhängig vom Abstand von der Platte an. Das ist aber nur zulässig für

[1]) Chwolson, Lehrbuch der Physik 1905 Bd. III S. 311.

[2]) Lorenz, Wied. Ann. 13, 1881, 582.

große Temperaturunterschiede, so lange also die Konvektion die Leitung bedeutend überwiegt. Bei kleinen Temperaturüberschüssen versagt diese Näherung vollständig, denn nimmt man z. B. an, daß die Wärmeabgabe nur durch Leitung erfolge, so müßte bei der von Lorenz gewählten Grenzbedingung, der Temperatur null in unendlichem Abstande und endlicher Temperatur der Platte, keine Wärme abgegeben werden, was aber der Erfahrung widerspricht. Die Wärmeübergangszahl α' ist also:

$$\left.\begin{array}{ll} t_1-t_2 < 10^0 & \alpha' = 3{,}0 + 0{,}08\,(t_1-t_2) \\ t_1-t_2 > 10^0 & \alpha' = 2{,}2\,\sqrt[3]{t_1-t_2} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13c)$$

und die gesamte von einem warmen Körper an die Umgebung abgegebene Wärme ist

$$\left.\begin{array}{ll} t_1-t_2 < 10^0 & Q = \alpha F z (t_1-t_2) = (C_1 + 3{,}0 + 0{,}08\,(t_1-t_2))\,F z\,(t_1-t_2) \\ t_1-t_2 > 10^0 & Q = \left(C_1\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] + 2{,}2\,\sqrt[3]{(t_1-t_2)^4}\right) F z \end{array}\right\} \quad (18).$$

Der Wärmeaustausch im Luftmantel setzt sich ebenfalls aus Strahlung, Leitung und Konvektion zusammen. Die durch Strahlung übergehende Wärme ist nach Gl. (10) zu berechnen. Nimmt man ferner eine die Luftleitung und Konvektion einschließende Wärmeleitzahl $k' \frac{\text{WE}}{\text{st m }^0\text{C}}$ an, so erhält man deren Größe aus Versuch 1 durch die Formel

$$Q = \left(\frac{k'}{e} + C_1\right)(t_1-t_2)\,F \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16b),$$

worin e die Dicke des Luftmantels in Metern und t_1 bezw. t_2 die Temperatur der Blechscheiben ist.

Das Einsetzen der Werte liefert

$$k' = 0{,}07\,\frac{\text{WE}}{\text{st m }^0\text{C}}.$$

Mit Hülfe der so definierten und zahlenmäßig festgelegten Koeffizienten α' und k kann der Wärmedurchgang durch einen Luftmantel berechnet werden.

Der Wärmeaustausch durch Luftmäntel, bei denen Wärme von einem Luftraum mit der Temperatur t_1 durch den Luftmantel an die Umgebung von der Temperatur t_2 abfließt, findet nach folgender, leicht ableitbarer Formel statt:

$$Q = \frac{F(t_1-t_2)}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\frac{k'}{e} + C'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19),$$

worin

$$\alpha' = C_1 + 3{,}0 + 0{,}08\,\Delta t$$

und

$$C' = \frac{1}{\frac{2}{C_1} - \frac{1}{4{,}6}}$$

ist.

e ist der Abstand der Scheiben in Metern. Das Temperaturgefälle in den den Mantel bildenden Scheiben war so gering, daß es vernachlässigt werden konnte.

Formel (19) wurde zunächst dazu benutzt, für die Versuche 3 und 2 die Strahlungsziffern des Schwarzbleches und Glases zu berechnen. Es wurde gefunden

$$C_{\text{Schwarzblech}} = 4{,}3 \quad C_{\text{Glas}} = 4{,}4.$$

Der große Wert für Glas steht im Einklang mit dem Ergebnis von Lehnebach [1]), der fand, daß Glas 92 vH der auftreffenden Strahlung absorbiert. Bekanntlich absorbiert ja das Glas den ganzen infraroten [2]) und ultravioletten Teil des Spektrums.

Mit Gl. (19) wurde dann unter Zugrundelegung obiger Werte die bei der beobachteten Temperaturdifferenz durch den Mantel gehende Wärme berechnet. Diese Zahlen sind ebenfalls in Zahlentafel 7 eingetragen, und der Vergleich mit den beobachteten Wärmemengen zeigt gute Uebereinstimmung.

Für die Versuche mit Luftkühlung wurde zunächst aus Versuch 4 die Uebergangszahl an mit 3 m Geschwindigkeit bewegte Luft bestimmt.

$$\alpha' = 25 \frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$$

und mit diesem Wert für die Versuche Nr. 6, 8 und 10 die durchgehende Wärme berechnet. Auch diese Werte decken sich befriedigend mit den beobachteten.

3) Zusammenfassung.

Der Wärmeaustausch im Luftmantel ist in zwei Teile zu zerlegen. Der eine Teil gibt die übergestrahlte Wärme an und ist nach Gl. (10)

$$Q_1 = \frac{\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C}} z F$$

zu berechnen, worin F die Fläche der Begrenzung des Luftmantels, T_1 und T_2 die abs. Temperaturen der strahlenden Oberflächen, z die Zeit, C_1 und C_2 die Strahlungsziffern der Oberflächen und C die Konstante des absolut schwarzen Körpers ist. Der zweite Teil des Wärmeaustausches gibt die durch Luftleitung und Luftkonvektion übergegangene Wärme an und folgt aus der Gleichung

$$Q_2 = \frac{k' (t_1 - t_2)}{e} z F,$$

worin k' eine fingierte Wärmeleitzahl ist. Für Luftmäntel von $e = 4$ bis 14 cm Abstand ist $k' = 0{,}070 \frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$, während bei $e \infty 1{,}5$ cm $k' = 0{,}035 \frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$ zu setzen ist. Für noch engere Luftschichten nimmt k' weiter ab und nähert sich der reinen Wärmeleitzahl der Luft $0{,}02 \frac{\text{WE}}{\text{st m } ^0\text{C}}$.

Findet der Wärmeaustausch im Mantel bei kleinen Temperaturdifferenzen ($< 20^0$) und bei angenäherter Atmosphärentemperatur statt, so kann die durch den Luftmantel gesamte durchgehende Wärme gesetzt werden

$$Q = \left(\frac{k'}{e} + \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C}} \right) (t_1 - t_2) F z.$$

---

[1]) A. Lehnebach, Pogg. Ann. 151. 1874 S. 96.

[2]) Melloni, Pogg. Ann. 35, 1835 S. 385.

Die Versuche wurden im Laboratorium für technische Physik der Kgl. Technischen Hochschule, München ausgeführt. Ich sage auch an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. O. Knoblauch für die Anregung zu der Arbeit und die stete Anteilnahme an derem Fortgange meinen besten Dank. Vielen Dank schulde ich Frl. Hilde Mollier für Hilfeleistung bei der Ausführung der Versuche. Der Verein deutscher Ingenieure[1]) stellte in dankenswertester Weise Geldmittel zur Verfügung, mit welchen die Versuche im Würfel Fig. 3 ausgeführt wurden.

München, Mai 1907.

---

[1]) Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1907 Bd. 51 S. 320.

Buchdruckerei A. W. Schade, Berlin N., Schulzendorfer Str. 26.